

PONTOS DE VISTA: O que pensam outros especialistas?

FERRAMENTA INFORMÁTICA, ENSINO DE MATEMÁTICA E FORMAÇÃO DOS PROFESSORES

Michele Artigue* e
Equipe DIDIREM**

A pesquisa sobre as questões de ensino da Matemática em meio informático iniciou-se em um clima fortemente ideológico. Tratava-se, antes de tudo, de mostrar que a ferramenta informática proporcionava uma nova eficácia ao ensino da Matemática, de apoiar e promover sua integração. Era sobretudo a pesquisa de pioneiros, convictos e militantes. O ambiente era o mesmo no nível de formação de professores. Era necessário suscitar o interesse, o desejo de utilizar as novas ferramentas. desconsiderávamos as dificuldades previsíveis, acalmávamos as inquietudes, não buscávamos identificar os limites da ferramenta, nem evidenciar as rupturas e adaptações onerosas que sua integração implicava. Hoje, o volume de pesquisas de que dispomos e a coerência de alguns dos resultados obtidos possibilitam abordagens mais racionais. Ao mesmo tempo, a evidência da dificuldade de penetração da ferramenta informática mostra os limites da ação militante. A criação de *softwares* para o ensino aparece cada vez mais ligada à definição prévia de instruções idealizadas concomitantemente nos planos didático e informático e vemos, pouco a pouco, impor-se a vontade de compreender, em profundidade, o funcionamento dos sistemas didáticos que incluem a informática e de construir nesse campo conhecimentos, ainda que venham a incomodar.

* Da IUFM de Reims.

** Da Universidade Paris 7.

É dentro desta perspectiva que se situa a reflexão desenvolvida aqui. Referindo-nos a algumas pesquisas recentes, focalizaremos três aspectos que nos parecem importantes considerar quando nos interessamos pelas contribuições potenciais da ferramenta informática no ensino da Matemática e às questões relacionadas à integração dessa ferramenta no sistema escolar e portanto, em particular, à formação dos professores. que é um elemento decisivo. São os seguintes:

- ambientes informáticos e objetos de conhecimento;
- ambientes informáticos e interação entre contextos de funcionamento dos conceitos;
- ambientes informáticos e funcionamento do sistema didático.

Logicamente, não pretendemos abranger aqui a totalidade das questões apontadas. O tamanho imposto ao artigo obrigou-nos a fazer escolhas. ainda que outras, sem dúvida, tivessem sido possíveis e igualmente pertinentes. Nossas escolhas foram sem dúvida alguma guiadas, ao menos parcialmente, pelas carências sentidas no nível de formação dos professores.

Ambientes informáticos e objetos de conhecimento

É comum afirmar que a Matemática é afetada pelos ambientes informáticos nos quais ela é encontrada, conceituada e trabalhada. Assim, desde os primórdios da aventura LOGO, evidenciamos certas diferenças entre a geometria LOGO e aquela da folha de papel, acentuando, por exemplo, o fato de que LOGO veicula uma concepção diferencial, global, dinâmica do círculo, colocando em primeiro plano a invariância da curvatura, enquanto que a geometria tradicional privilegia uma concepção

pontual, estática, colocando em primeiro plano a invariância da distância ao centro. Indo além deste exemplo, citado com maior frequência, evidenciamos, por meio do papel dominante desempenhado pelos ângulos — o referencial essencialmente local, uma geometria LOGO em certos aspectos mais próxima da geometria do macroespaço, no sentido definido em Brousseau (1983), que da geometria do microespaço¹ e isto, independentemente do tamanho da tela.

No entanto, é preciso reconhecer também que se a existência de diferenças é comumente admitida e afirmada — se, para este ou aquele micromundo, cada um pode citar, como acabo de fazer, alguns exemplos, algumas características — a análise dessas diferenças, dos impactos que elas podem ter sobre a transferência de conhecimentos construídos, em um ambiente para outros ambientes, permanece quase sempre muito superficial e sem coerência global. Ela só raramente é considerada como uma questão fundamental e prioritária na pesquisa sobre esses ambientes. Ela costuma aparecer no desvio do caminho, em decorrência de reações ou de dificuldades não previstas, encontradas no curso de experimentações, que precisam ser compreendidas e interpretadas. A afirmação de diferenças funciona com mais frequência como declaração liminar e serve apenas para mascarar o fato que, no fundo, a força dominante é aquela que tende a considerar os ambientes informáticos transparentes em relação ao saber.

¹ G. Brousseau distingue três tamanhos de espaço, que apresentam características sensivelmente diferentes: o microespaço, que é aquele de manipulação de pequenos objetos e da geometria da folha de papel; o mesoespaço, espaço dos deslocamentos do sujeito em um campo controlado pela visão (objetos fixos entre 0,5 e 50 vezes o tamanho do sujeito) por fim, o macroespaço, onde o controle direto não é mais possível

A identificação desse fenômeno, de suas razões e a análise de seus efeitos negativos sobre a integração da ferramenta informática nos parecem cruciais no tocante à formação de professores. A ilusão de transparência não se alimentaria, na verdade, da crença cultural de que o ambiente tradicional em papel/lápis é o ambiente natural e normal do funcionamento matemático, logo, de fato, o único ambiente *a priori* legítimo? Nessas condições, toda identificação de contrasenso em um *software* constituiria uma ameaça à legitimidade da utilização desse *software* no ensino. Compreendemos bem, então, que os criadores de *softwares* e seus promotores sejam levados inconscientemente a um sistema de dupla pressão: de um lado, evidenciar a novidade que justifica o produto, e de outro, manter ao menos por um tempo, o tempo de lhe assegurar um lugar, a ilusão de transparência.

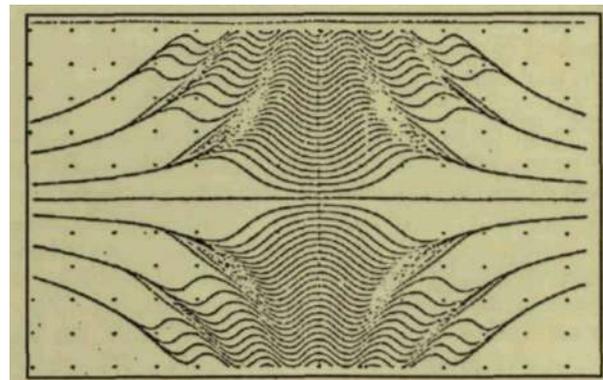
O modo como são colocados os problemas de transferência de conhecimentos é, também, revelador dessas questões de legitimidade. Eles são, com efeito, sempre colocados no mesmo sentido: interrogamos sobre a possibilidade de transferência de conhecimentos elaborados em ambientes informáticos para o ambiente tradicional. Uma resposta negativa tende a desqualificar o ambiente informático utilizado. Em sentido inverso, dificuldades em explorar um ambiente novo para fazer matemática são sempre atribuídas ao *software*, e não à dependência contextual extremamente forte dos conhecimentos elaborados no ensino tradicional.

Tomemos um exemplo particularmente banal, o das representações gráficas de funções. O ensino tradicional baseia-se em uma teoria, implícita em grande parte, da representação gráfica das funções: a uma função corresponde uma representação genérica, respeitado um certo

número de convenções; assim, se o gráfico traçado, compatível com as exigências conhecidas, for o mais simples possível, todas as propriedades matemáticas identificadas deverão aparecer de forma legível, em detrimento eventual de uma deformação do desenho, e não traçaremos exatamente da mesma forma, por exemplo, um ramo infinito com assíntota vertical e um ramo parabólico de direção vertical². Essas convenções não são encontradas nos traçados informáticos: a uma mesma função corresponde, em geral, uma grande variedade de representações perceptível diferentes, de acordo com a escolha da janela de representação; toda função contínua pode até mesmo ser representada por uma horizontal — quem dentre nós não se chocou, pela primeira vez, querendo traçar uma senoide, obteve inoportunamente uma reta horizontal? — e as curvas não hesitam em encontrar suas assíntotas! Explorar matematicamente os traçados informáticos de soluções de equações diferenciais, por exemplo, supõe que tomemos consciência dessas diferenças e, portanto, retrospectivamente, das convenções que direcionam as representações tradicionais.

É significativo, deste ponto de vista, que a pesquisa que desenvolvemos na Universidade de Lille 1 sobre o ensino das equações diferenciais (Artigue, 1992) tenha mostrado que, para uma das primeiras atividades propostas aos estudantes, que consiste em associar as equações e as representações de fase, a única dificuldade que persiste está em admitir que a equação $Y' = \text{sen}(xy)$ possa tanto estar associada ao traçado 2 como ao traçado 1:

² J. Rogalski tentou explicar essas características em uma apresentação na 2ª Escola de verão de Didática (cf. Atas divulgados pelo IREM de Orleans)



Traçado 1



Traçado 2

Explorar eficazmente a ferramenta informática no ensino exige, portanto, que consideremos com seriedade a análise das relações entre objetos de conhecimento, ambientes e o trabalho a ser feito para permitir a adaptação a novos ambientes ou a gestão simultânea de vários ambientes. Isso exige também que tomemos consciência dos elementos implícitos subjacentes ao funcionamento nos ambientes tradicionais e que estejamos prontos para questionar a tendência natural para declará-los os únicos legítimos no ensino. Essa visão descentralizada de nossas práticas mais familiares

pode, por sinal, nos ajudar na conscientização de todos os elementos implícitos sobre os quais se baseiam essas práticas, elementos que nossos alunos não têm razão alguma para aceitar de pronto.

Uma formação de professores para a utilização de ferramentas informáticas no ensino deveria ser a oportunidade de se colocar esse tipo de problema a partir do trabalho sobre ambientes precisos, como faz, por exemplo, C. Laborde em alguns artigos recentes sobre o *software* Cabri-Géomètre (Laborde, 1994). Tal trabalho pode também constituir a oportunidade para se interrogar sobre a afirmação implícita de unicidade contida no "a" grifado acima e de se perguntar quais são as geometrias do ensino e como o sistema administra as dificuldades ligadas às diferenças que elas apresentam, em sua utilização simultânea ou sucessiva.

Ambientes informáticos e relacionamento de registros de representação de um mesmo conceito

Muitas pesquisas atuais exploram, mesmo sem fazer referência explícita à noção de contexto ou à noção de registro de representação introduzida³, a possibilidade que oferece a ferramenta informática de gerenciar simultânea e economicamente vários registros de representação de um mesmo conceito, favorecendo assim a interação entre contextos de funcionamento deste conceito. É o caso, por exemplo, de numerosas pesquisas desenvolvidas atualmente sobre o conceito de função, como testemunha, por exemplo, a monografia recentemente publicada sob o título *Epistemology? and Pedagogy of the Concept of Function* (Harel, Dubinsky, 1992). Em um número importante de trabalhos apresentados, buscamos explorar a ferramenta informática para a conceitualização matemática, em particular via gestão interativa de representações algébricas e gráficas.

³ R. Douady (1984) define em sua tese um contexto como composto de objetos de um domínio matemático, de relações entre esses objetos, de expressões e imagens mentais associadas a esses objetos. Dois contextos podem conter os mesmos objetos, mas diferir pelas imagens mentais e problemáticas desenvolvidas a seu respeito. A noção de registro utilizada por R. Duval (1988) é, por sua vez, ligada à análise das representações do tipo semiótico. Em um mesmo contexto, um objeto normalmente está sujeito a representações diversas, apresentando características semióticas diferentes.

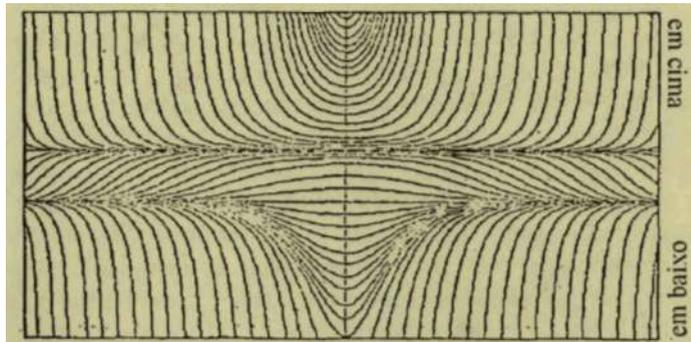
Um dos primeiros, trabalhos amplamente divulgados neste campo foi o de D. Tall (1986) baseado na realização do *software* "Graphic Calculus" que permitia uma abordagem gráfica do início do ensino da análise. Este trabalho teve um impacto indubitável na Grã-Bretanha, uma vez que, por exemplo, as noções de "tangente prática" (tangente obtida ligando-se dois pontos muito próximos da curva) e a noção associada de derivada numérica, que ele introduziu em sua tese para elaborar uma primeira abordagem da análise, sem o conceito de limite, foram retomadas na reforma nacional dos programas do ensino secundário na Grã-Bretanha e inspiraram as abordagens informais do Calculus desenvolvidas em vários projetos norte-americanos (Artiguc. Eryvnyck. 1993). É preciso entretanto admitir que muitas das pesquisas desenvolvidas neste campo não forneceram resultados à altura das expectativas dos pesquisadores e criadores de *softwares*.

As pesquisas desenvolvidas nesta área das funções contribuíram igualmente (juntamente a muitas outras desenvolvidas em diversos ambientes, cf. Leinhart, Zaslavsky. Stein 1990), por exemplo, para evidenciar a carga de conhecimento que traz a leitura correta das representações gráficas e as ilusões que poderiam alimentar os professores que pensarem que os alunos vêem em uma representação gráfica ou em uma evolução dinâmica de representações justamente os fenômenos que eles queiram mostrar. Daremos dois exemplos, um extraído da pesquisa já citada sobre as equações diferenciais e o outro de Goldenberg, Lewis e O'Kcefe(1992).

O trabalho sobre as equações diferenciais, com efeito, coloca bem em evidência os conhecimentos que uma leitura gráfica eficaz traz à luz. Assim, sabendo que a representação a seguir corresponde à seguinte equação diferencial, $y'=x(y^2-1)$, o matemático vê neste traçado duas soluções particulares correspondentes às retas de equações $y=-1$ e $y=1$ que dividem o plano em três zonas onde as curvas-soluções são respectivamente cercadas, pois a equação satisfaz as hipóteses do teorema

de existência e de unicidade sobre todo o plano. Ele sabe que as curvas-soluções das zonas 2 e 3 admitem assíntotas horizontais, uma vez que nenhuma solução corresponde às duas soluções particulares mas, contrariamente às aparências, ele sabe que não pode concluir diretamente do traçado que as duas retas são as assíntotas. Ele vê também que as curvas-soluções da zona 1 têm uma orientação assimptótica vertical, mas sabe que não pode discernir perceptível entre assíntota vertical e ramo parabólico de direção vertical. Na zona 3, ele sabe, mas uma vez, que não pode se deixar iludir pelas aparências: a priori, existem dois tipos de soluções, as soluções que encontram o eixo Oy são decrescentes e depois crescentes e as soluções que não o encontram, o que pode no entanto ser apenas uma aparência relacionada com a janela de representação.

Que veriam um aluno de colégio de primeiro ciclo de universidade e um artista nesses mesmos traçados?



Traçado 3

Na verdade, vemos o que estamos preparados para ver com nosso conhecimento do assunto, e o segundo exemplo citado ilustra isso de forma ainda mais elementar. Dispondo de um traçador e querendo ilustrar o efeito da mudança do y -intercept⁴, com inclinação constante. P. Goldenberg perguntou a seus alunos o que eles viam, quando ele fazia crescer ou decrescer dinamicamente esse y -intercept. O matemático, neste

⁴ O y -intercept designa a ordenada do ponto de intersecção com o eixo Oy .

caso, vê a reta inicial subir ou descer paralelamente a ela mesma. Esta interpretação é, de fato, completamente guiada pelo conhecimento aplicado à situação. Os alunos, por sua vez, vêem, com justiça, uma reta que ao mesmo tempo se desloca para a esquerda ou para a direita!

E preciso observar, contudo, que as dificuldades evidenciadas por muitos trabalhos, além de equilibrar os entusiasmos inocentes, tiveram um efeito positivo. Elas suscitaram pesquisas mais aprofundadas, buscando compreender melhor como se estabelecem, em um dado ambiente, as conexões entre diferentes registros de representação do conceito de função. mesmo de outros conceitos, quais processos os unem, quais dificuldades e obstáculos são encontrados nessa articulação: portanto, numa tentativa de se conferir os meios para, ao mesmo tempo, compreender os sucessos e as derrotas e para, conseqüentemente, melhor delimitar as contribuições possíveis de ambientes informáticos. É o caso da pesquisa apresentada por J. Kaput na já citada monografia, por exemplo, mas também de diversos trabalhos e evocaremos aqui duas delas: uma pesquisa coordenada por A. Schoenfeld (Schoenfeld, Smith, Arcavi, 1990), citada com frequência, nesses últimos anos, e a tese de A. Dagher (1993).

Essas pesquisas têm origem em um ponto de vista metodológico da análise qualitativa de casos. Elas abordam as interações aluno/software em um nível de análise microscópico, baseando-se, notadamente, no registro sistemático de todas as interações *aluno/software*. Trata-se obviamente de passar, em seguida, dessas informações microscópicas a uma modelização do aluno e da aprendizagem exprimíveis, ao menos em parte, em níveis mais globais: identificação de conhecimentos, de teoremas agindo por trás dos invariantes identificados no nível das ações do aluno, hierarquização e estruturação dos conhecimentos em redes evolutivas pertinentes. Logicamente, isso não ocorre por si só.

A pesquisa citada de A. Schoenfeld ilustra bem estas características. Ela baseia-se no estudo do desempenho de uma única estudante (IN) de 16 anos, durante sete horas, em um ambiente informático (Black Globbs). Este trabalho evidencia, de forma surpreendente, a complexidade oculta

sob a simples afirmação: "Se $y=mx+b$ é a equação de uma reta, b é o y -intercept e m é a inclinação". São frases que IN conhece, quando ela inicia a formação, uma vez que ela sabe encontrar a equação de uma reta passando por dois pontos, calcular sua inclinação, etc. Para mostrar essa complexidade, a fragilidade dos conhecimentos da estudante, sua dependência contextual e a evolução constatada no decorrer das sete sessões, os autores distinguem quatro níveis de descrição dos conhecimentos:

— um nível de macroorganização onde conhecimentos e percepções são organizados em esquemas globais;

— o nível dos conceitos ou entidades conceituais que descreve os objetos do domínio e suas propriedades familiares;

— um nível de estruturação mais apurada onde se reagrupam os elementos primitivos e suas relações, denominado "The Cartesian connexion";

— enfim, um nível contextual onde os elementos primitivos são indexados por contextos precisos.

Eles mostram que há, no início, funcionamento no nível do esquema sem que esse esquema esteja fixado em níveis mais profundos sobre as conexões cartesianas corretas. Por exemplo, no início, IN funciona como se ela decomposesse o plano em dois semiplanos: positivo e negativo, de cada um dos lados do eixo horizontal. Uma reta de inclinação negativa é, portanto, para ela uma reta que parte do lado negativo do plano, conhecimento implícito que coexiste com uma técnica correta de cálculo da inclinação. Para chegar a uma concepção da inclinação corretamente articulada entre os pólos algébrico e gráfico, é necessário, na verdade, modificar toda uma rede cognitiva. Da mesma forma, a conceitualização de IN da noção de y -intercept passa, ao longo da formação, por uma evolução complexa.

Os autores observam igualmente que não conseguem, contrariamente a suas expectativas iniciais, explicar a evolução por uma sucessão de microaprendizados; em vez disso, identificam conexões que se reforçam ou se enfraquecem em uma rede complexa.

Por sua vez, a tese de A. Dagher (1993), evidencia claramente a especificidade de certos processos de adaptação que se colocam nos ambientes informáticos. Ao estudar o "funcionamento" de alunos frente a um *software* (Fonctuse) que solicita a associação às curvas mostradas na tela (retas, parábolas, hipérbolas) de expressões algébricas de forma definida, ele mostra que uma adaptação eficaz, do ponto de vista do ambiente informático, não ativa necessariamente os conhecimentos de articulação algébrico-gráfica objetivados pelo aprendizado. Ele identifica, por exemplo, no caso de parábolas às quais deve ser associada uma equação de forma polinomial, que um certo número de alunas alcança, suficientemente rápido, um conhecimento perceptivo do tamanho da abertura (que tem, neste *software*, um valor necessariamente inteiro) o que lhes permite encontrar o valor exato em duas, três tentativas no máximo. Isso lhes possibilita desenvolver uma estratégia eficaz para determinar a equação polinomial solicitada: estimar a abertura, ler a ordenada na origem para determinar o valor do termo constante do polinômio e, em seguida, ler as coordenadas de um ponto e escrever a equação correspondente para encontrar o valor do coeficiente do termo de grau 1. No caso de insucesso, utilização do *feedback* determinado (traçado da parábola associado ao polinômio proposto) para corrigir a estimativa da abertura, modificação da equação a ser resolvida, etc. Torna-se evidente que esses mesmos alunos não são necessariamente capazes, no pós-teste que segue o experimento, de ordenar as parábolas traçadas sobre papel seguindo o valor de sua abertura, como se o conhecimento elaborado na ação sobre a abertura não dispusesse de embasamentos conceituais suficientes para serem expressos e trabalhados em uma formulação em termos de relação de ordem.

A. Dagher evidencia, igualmente, certos fatores que poderiam explicar a eficácia constatada de uma utilização do *software*, ainda que rápida, por ocasião dos primeiros experimentos. Esses experimentos foram efetuados com alunos do final do colégio, familiarizados com as retas, parábolas e funções polinomiais de 1º e 2º graus, mas com competências muito limitadas no campo da articulação gráfico-algébrica. As evoluções observadas, contrariamente às observações feitas na pesquisa citada anteriormente, são evoluções brutais e estáveis (o fato de que o exercício proposto ao aluno varie pouco sem dúvida explica em parte essas diferenças): em determinado momento, um coeficiente ou uma característica de um coeficiente parece ganhar sentido e não há retrocesso no decorrer da sessão. Esses fenômenos brutais, qualificados pelo autor de "cristalizações" não se produzem aleatoriamente: a presença de um catalisador parece necessária. O principal catalisador identificado é o encontro de uma situação especial, seja do ponto de vista algébrico, seja do ponto de vista gráfico. Mas é preciso, também, reconhecer que nem todo catalisador necessariamente provoca cristalização. Desta forma, uma situação especial será estatisticamente menos eficaz quando for muito especial (por exemplo $y=x^2$) ou se for encontrada muito cedo na sessão. No entanto, a análise dos registros mostra que, dada a rapidez da interação informática, o número de catalisadores encontrados em uma sessão é suficientemente grande para que mesmo uma porcentagem reduzida de eficácia produza efeitos reais.

Como explorar tudo isso no nível da formação? Gostaria de sugerir aqui algumas pistas:

— seria indubitavelmente interessante a utilização da ferramenta informática para reforçar a sensibilidade dos professores quanto à existência de diferentes estruturas de desempenho, de diferentes registros de representação para os conceitos matemáticos, quanto ao papel fundamental desempenhado pela articulação dessas estruturas e desses registros na atividade matemática, visando à elaboração de estudos que favoreçam essa articulação;

— entretanto, é igualmente importante não deixar que acreditem que a articulação milagrosamente se tornará fácil porque disporemos de ferramentas informáticas que a trarão econômica e facilmente à cena. A articulação de estruturas e registros, como toda articulação de pontos de vista, é uma operação mental cognitivamente muito dispendiosa e não é por acaso que o ensino tende, com frequência, a evitar essa complexidade, compartimentando os assuntos e as abordagens. As articulações se constroem lentamente e essa construção envolve, como bem mostram as pesquisas recentes, toda uma rede cognitiva que ultrapassa amplamente as simples articulações visadas;

— enfim, parece-nos importante sensibilizar os professores quanto à especificidade dos processos de adaptação que o meio informático suscita e quanto às variáveis que os condicionam; e, também, observar a prudência necessária na interpretação cognitiva dos comportamentos observados.

Ambientes informáticos e funcionamento do sistema didático

Estaremos nos referindo mais particularmente nesta terceira parte a uma pesquisa realizada em colaboração com J. Belloc em um colégio do subúrbio parisiense, de 1988 a 1991 (Artigue, 1991). Muitas outras referências certamente seriam possíveis.

Na euforia pioneira dos primórdios, ou mesmo enquanto as discussões aconteciam de forma recorrente em torno do "a favor de ou contra a informática no ensino da Matemática", os trabalhos que evidenciavam ou as fortes resistências do sistema de ensino ou as dificuldades que não fossem materiais ou que resultassem de negação *a priori* não eram necessariamente bem-vindas. Hoje, parece-nos que o problema não é mais esse e que estamos bem conscientes que, para assegurar a integração da ferramenta informática no ensino, precisamos, sem dúvida, de bons produtos — o que não é necessariamente o mais difícil; precisamos

também compreender como a ferramenta informática afeta o funcionamento do sistema didático e como podemos ajudar os professores a se conscientizarem das adaptações necessárias e a realizá-las de forma correta.

A pesquisa desenvolvida com J. Belloc sobre o *software* Euclide⁵ na 4ª série⁵. Ilustra bem, pela sua própria evolução, esse fenômeno. Ela iniciou com objetivos precisos, hipóteses *a priori* razoáveis e banais:

— Euclide pode auxiliar na exposição precisa da Geometria, pelos condicionantes que impõe à linguagem, pela proximidade desses condicionantes aos da linguagem matemática nesse campo, pela vantagem didática oferecida na apresentação desses condicionantes como condicionantes do meio;

— Euclide pode auxiliar na conceituação em Geometria, obrigando à passagem de uma Geometria perceptiva, de uma Geometria do gesto, à uma Geometria operatória, onde esses gestos são decompostos, traduzidos em termos de objetos geométricos ou de suas propriedades (para traçar um Paralelogramo, ao invés de deslocar a régua, traçamos paralelas devidamente determinadas, por exemplo);

— Euclide pode auxiliar a aproximar situações mais complexas do que aquelas geráveis nos ambientes habituais e possibilitar que os alunos se envolvam em uma abordagem experimental da Geometria;

— Euclide pode, finalmente, ajudar os alunos a visualizarem a racionalidade matemática, auxiliando-os a tomarem consciência da generalidade dos enunciados matemáticos, do estatuto da figura, das propriedades geométricas das configurações, invariantes de uma classe infinita de figuras.

⁵ O *software* Euclide elaborado no IREM de Grenoble é uma extensão de LOGO que integra macroprocedimentos adaptados ao ensino da Geometria a partir do colégio: traçado de paralelas, perpendiculares, de imagens de pontos pelas transformações habituais, etc.

¹ No Brasil, corresponde à sétima série (N.Trad.).

A experimentação do primeiro ano confirmou globalmente essas hipóteses e, ao mesmo tempo, chamou nossa atenção para problemas preocupantes, tanto mais preocupantes quanto mais tendiam a mostrar que as situações construídas não eram confiáveis e exigiam, para funcionar, um professor verdadeiramente especializado. Os problemas encontrados foram principalmente de três tipos:

— a parasitagem recorrente da atividade matemática por dificuldades de natureza informática;

— a dificuldade de discernir a carga matemática real da atividade desenvolvida pelos alunos;

— as dificuldades encontradas pela professora para se adequar às previsões experimentais feitas em comum, quando da situação real de coordenação da classe.

Interessamo-nos, portanto, mais precisamente na continuidade a essas questões, introduzindo, de um lado, certas modificações na estrutura inicial a fim de considerar melhor as dificuldades encontradas e, de outro lado, implementando diferentes dispositivos experimentais para estudar de maneira mais acurada tanto as dificuldades quanto o efeito das modificações introduzidas: observação de grupos de alunos, registros das fases coletivas, organização de controles rápidos após cada síntese.

Sem entrar no detalhe dos resultados obtidos, gostaríamos de focalizar aqui dois aspectos aos quais essa pesquisa nos sensibilizou de forma particular: as modificações nas características do meio e nos processos de gestão da classe induzidas pelo ambiente informático. Achamos que elas desempenham um papel importante nas dificuldades de integração da ferramenta informática no ensino, somando-se, como observamos acima, aos problemas materiais e institucionais aos quais todos somos prioritariamente sensíveis.

Ambiente informático e meio

A certo momento do ensino, na experimentação desenvolvida, após a fase de iniciação ao *software*, os alunos confrontaram-se com uma tarefa de construção de figura. Tratava-se da Figura 1 preparatória ao estudo da configuração das medianas cujos diversos representantes, variando em tamanho e orientação, eram propostos aos alunos.

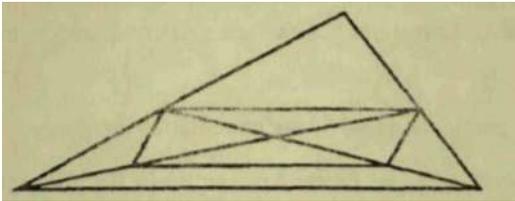


Fig 1 - Configuração das medianas

Eles deviam elaborar programas de construção em linguagem matemática tradicional e em linguagem Euclide. Uma vez que esses programas não utilizavam todas as propriedades da figura, solicitávamos igualmente que eles elaborassem um ou vários problemas de Geometria a partir da construção proposta.

Os resultados obtidos satisfaziam a professora da classe no plano matemático: eles traduziam para a grande maioria dos alunos a capacidade de associar de forma coerente um procedimento de construção geométrica a uma figura desse nível de complexidade, assim como a possibilidade de distinguir entre as propriedades da figura que serviam de hipótese à construção (variáveis segundo os alunos) e aquelas que necessitavam ser provadas na conclusão da construção. As formulações dos alunos eram matematicamente corretas, mesmo em se tratando, com frequência, de formulações intermediárias entre a linguagem matemática tradicional e a linguagem Euclide. Em contrapartida, entre os programas Euclide propostos, somente 3 sobre 21 mostraram-se operacionais.

Isso nos levou a introduzir uma hierarquia nos erros encontrados, em termos de imbricação matemática/informática. Para a tarefa de construção proposta, consideradas as características geométricas da figura, identificamos cinco classes de erros:

— os erros matemáticos (não-definição de certos objetos ou dupla definição, adição de propriedades, confusões de termos matemáticos como meio e mediatriz, etc), código EM;

— os erros ligados à existência de formulações matemáticas não traduzíveis diretamente em linguagem Euclide (ex.: seja G tal que C seja o meio do (GEI), código FF;

— os erros ligados a diferenças de ordem nas duas sintaxes (ex.: "seja a simétrica de M' em relação a O" traduz-se por "Seja M' SYMP:0:M"), código EO;

— os erros que resultam de uma definição implícita em Matemática (ex.: na Matemática, quando dois pontos foram definidos, a reta (AB) e o segmento [AB] também o são automaticamente, o que não ocorre em Euclide e nem, por sinal, no Géomètre), código EDI;

— os erros de sintaxe local, referindo-se a intervalos, aspas, dois pontos, colchetes, etc., código EIL.

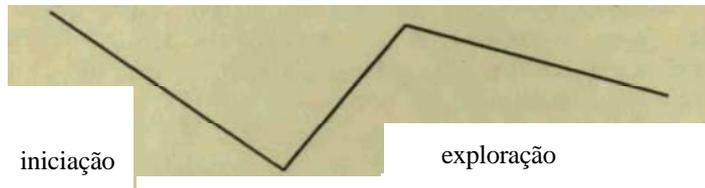
A essas categorias utilizadas na análise das produções escritas, é preciso acrescentar, por ocasião da entrada do programa em máquina, da edição e da execução, ao menos uma sexta categoria relacionada aos erros de gestão dos procedimentos, de gestão do sistema-editor, etc.

Uma vez feita essa distinção, Obtemos os resultados seguintes (para 21 alunos, tendo cada um que codificar cinco construções):

Código erro	EM	EF	EO	EDI	EIL
Número	4	7	32	56	28
Alunos	1	2	8	18	9

que evidenciam claramente a distância existente entre correção matemática e correção Euclide.

Os problemas associados persistiram até o final da experimentação, com as conseqüências agravadas pela falta de intimidade do *software* e o caráter sumário das mensagens de erro. A despeito das modificações efetuadas na estrutura, a parasitagem persistiu durante os dois anos seguintes, e os meios de coleta de dados adotados evidenciaram o seguinte fenômeno qualitativo em relação aos erros menos imbricados na Matemática: um decréscimo inequívoco durante a fase de iniciação, um recrudescimento quando abordamos as situações complexas, um leve decréscimo em seguida, sem jamais atingir um nível razoável em relação ao trabalho matemático desejado.



Como, indo além desta pesquisa em particular, analisar didaticamente este fenômeno? Voltamos aqui à noção de "meio". Essa noção foi introduzida na didática (Brousseau, 1988) com o objetivo de incorporar teoricamente os princípios construtivistas segundo os quais o aluno aprende adaptando-se a um meio, que é fator de contradições, de dificuldades, de desequilíbrios. Em G. Brousseau, que modeliza as situações didáticas em termos de jogos, o meio é definido como sistema antagonico do aluno no jogo não-didático associado à situação.

Sem abordar explicitamente essa modelização, consideraremos, de nossa parte, o ambiente como:

— formado de objetos, ferramentas, materiais ou conceituais, supostamente dotados de uma certa transparência para o aluno, seja por razões culturais ou de aprendizados anteriores (assim, noções como a de equação do segundo grau, a de função exponencial, etc. podem ser, em determinado momento, elementos do ambiente da mesma forma que são os instrumentos de traçado geométrico, um computador, um *software*, etc);

— suporte e ambiente da atividade matemática do aluno.

A situação didática, se pretender ser meio de aprendizado, terá necessariamente que ativar a relação do aluno com o meio: o meio será então, em certo sentido, problemático. Isso força a distinção, na modelização, de dois componentes do meio: o componente inerte e o componente ativo. O primeiro constitui-se do que no meio é suposto conservar o mesmo nível de transparência, não ser problematizado no decorrer da situação, sendo a adaptação ao componente ativo que deve provocar o aprendizado.

É evidente que os ambientes tradicionais do ensino da Matemática são ambientes que podem ser ricos de componentes matemáticos, mas são, em geral, ambientes pobres em componentes externos. A entrada de ferramentas informáticas no sistema educativo vem corromper essa ordem das coisas. Ela cria assim problemas aos quais os professores não estão habituados e que seria perigoso querer subestimar.

Se voltarmos com essas ferramentas de análise à situação experimental descrita mais acima, o computador e a linguagem LOGO (para alguns alunos), e, em seguida, o *software* Euclide entram com a experimentação no ambiente didático. Eles não são, logicamente, imediatamente

considerados como elementos do meio: a fase de familiarização com o *software* Euclide que ocupa cinco sessões de trabalho em grupos e as sessões de síntese correspondentes, por exemplo, tem justamente como objetivo tornar o *software* um elemento do meio. Veremos, aliás, desde esse nível, interferir de forma indireta o problema da legitimação de um aprendizado externo à Matemática dentro do curso de Matemática: a familiarização com o *software* é acompanhada de "revisões" sobre os ângulos, os quadriláteros e os triângulos particulares. Na verdade, o que pode ser legitimamente considerado de forma durável, no decorrer do aprendizado, como parte ativa do meio informático, nesse caso preciso, é a sintaxe do *software* em seus aspectos imbricados à Matemática, é a estruturação da programação que leva à estruturação matemática de procedimentos de construção de figuras. Os outros aspectos do aprendizado informático devem ganhar, o mais rapidamente possível, a transparência necessária para sua caracterização como componente inerte do meio.

Infelizmente, não se trata disso aqui e o ensino deverá aceitar, em permanência, o parasitismo da adaptação ao ambiente ativo pela não-transparência do ambiente teoricamente inerte.

Essas questões tornam-se mais difíceis de ser resolvidas quando consideramos, de um lado, que o ambiente cultural dos alunos, na maioria dos casos, não é suficiente para dotar "espontaneamente" o ambiente informático do nível de transparência desejado e, de outro lado, que os conhecimentos subjacentes tendem a ser vivenciados como "fora do contrato" pelos diferentes protagonistas: alunos, professores e, também, pais (diversos dados da pesquisa efetuada atestam isso claramente).

É evidente que a importância das dificuldades encontradas e os limites das modificações introduzidas são, em parte, devidos ao próprio *software* utilizado, às escolhas didáticas que efetuamos, em especial no tocante à programação pelos alunos, no nível dos alunos envolvidos: o nível

colegial. Mas iríamos à frente das grandes desilusões, se deduzíssemos tratar-se de um caso de espécie e que, diante dos ambientes mais íntimos de que dispomos agora, não há sentido em sensibilizar o professor quanto a essas questões, em insistir em lhe dar meios para identificar e interpretar corretamente os fenômenos associados, e, tampouco, em lhe fornecer determinadas ferramentas para administrá-los. De outra forma, como evitar que, obrigados a confrontar de mãos vazias problemas incontornáveis, sem que ninguém os tenha apontado como incontornáveis e realmente difíceis, eles atribuam suas dificuldades unicamente à sua incompetência!

Ambientes informáticos e coordenação da classe

Os problemas trazidos pela integração das ferramentas informáticas ao ensino não se limitam, logicamente, a essas questões de não-transparência do meio. Não temos aqui a intenção de abordar os problemas de ordem material e institucional aos quais somos todos prioritariamente sensíveis. Preferiríamos focalizar o seguinte ponto: a utilização de ambientes informáticos perturba os sistemas de previsão e de gestão do professor, uma vez que os dois não funcionam independentemente. Na realidade, o computador, mesmo quando concebido simplesmente como elemento do meio por intermédio do qual se estabelece a relação do aluno ao saber, modifica as relações existentes no triângulo didático: professor-aluno-saber.

Para o professor, a situação informática imediatamente aparece como menos previsível pelo simples fato de que todo um conjunto de fenômenos anexos vem se enxertar à Matemática, dificultando sua capacidade de previsão e cuja importância ele tenderá a subestimar. Por exemplo, as previsões do professor em nossa pesquisa subestimava sistematicamente o tempo gasto na comunicação (mesmo bem-sucedida) com a máquina. O fato de que os sistemas de previsão do professor sejam amplamente intuitivos reforça, sem qualquer dúvida, a resistência, no tempo, dessa imprevisibilidade.

Além disso, em um ambiente informático, qualquer que seja ele, a mediação aluno/saber não passa só pelo professor. Um *software*, mesmo não "tutorial", fornece *feedbacks* ao aluno e, nesse sentido, tem uma dimensão de instrutor. Ele fornece, em parte, a garantia do verdadeiro/falso, do possível/impossível. Esse componente é perfeitamente reconhecido pelo aluno e torna as retomadas de trabalho, no contexto de um trabalho, em ambiente multipostos, difíceis. Ora, essa capacidade de retomar facilmente é essencial ao professor. Ela lhe permite ir mais rápido quando sente a necessidade de acelerar o tempo didático, apoiando-se sobre os alunos que já encontraram ou que já têm idéias para começar. Ela lhe permite negociar mudanças de tarefa e sabemos bem que um mesmo exercício matemático necessita freqüentemente de tais renegociações: desejaremos passar de uma tarefa de construção a uma tarefa de emissão de conjecturas, da emissão de conjecturas a seu teste, do teste a provas mais formais... Cada mudança implica, em geral, uma renegociação da devolução. A retomada também possibilita ao professor homogeneizar a classe, ao menos aparentemente, iniciar o processo de institucionalização no decorrer da própria atividade por meio de institucionalizações locais. Se for preciso lutar para retomar, perderá liberdade de manobra e isso modificará a visão que tem de sua classe: sem dúvida a verá ativa, mas mais agitada, heterogênea, mais lenta e as percepções negativas podem levá-lo às positivas, colocando-o desconfortavelmente em sua posição de professor⁷.

Poderemos dizer, com certeza, que tais fenômenos já estão presentes até certo ponto em toda sessão de trabalho em grupos, que os professores já estão, portanto, parcialmente adaptados. Seria conhecer mal, ao que nos parece, o cotidiano do ensino.

⁷ É nossa intenção aqui somente descrever mudanças incontornáveis. Se a visão que o professor tem da classe aqui é mais ou menos verdadeira que a visão usual, se chega a ser benéfico que ele não possa manobrá-la como queira, não faz parte de nossa análise.

Integração da ferramenta informática e formação dos professores

Abordamos, nos parágrafos precedentes, um certo número de questões que nos pareciam dever ser levadas em consideração, quando nos interrogamos sobre as potencialidades da ferramenta informática no ensino dar Matemática e sobre os problemas de integração dessa ferramenta. A formação dos professores é a chave da integração, e gostaríamos de voltar nesse último parágrafo apoiando-nos sobre a tese em curso de M. Abboud. Ela indagou-se, no início, sobre as razões que levavam um professor a aceitar ou rejeitar um *software* (limitando-se a *softwares* exploráveis *a priori* para o ensino das simetrias ortogonais e centrais no colégio) e também sobre o tipo de cenário que um professor se disporia a elaborar com um *software* escolhido. As tabelas de análise de *softwares* publicadas na literatura surpreenderam-na, em um primeiro momento, por suas características essencialmente externas (características técnicas, ergonômicas, de comunicação, etc). Sem dúvida alguma, a preocupação de abranger em uma única tabela uma ampla categoria de *softwares* não é estranho, mas, fazendo isso, todo componente didático tende a desaparecer da análise. Para as necessidades da pesquisa, ela elaborou então uma tabela mais especificamente adaptada à análise de *softwares* que poderiam ser utilizados para uma primeira abordagem do ensino das simetrias no nível colegial, incluindo elementos de análise didática, bem como, em caso de aceitação, a previsão de cenários e dos elementos de comparação com os cenários papel/lápis.

Essa tabela foi experimentada com diferentes públicos, tendo relações diferentes com a didática, de um lado, e com a ferramenta informática, de outro. É certo que ela apresenta imperfeições, mas que não justificam por si só os resultados extremamente radicais que forneceu. É verdade que os resultados obtidos opõem a facilidade com a qual as pessoas questionadas entram na análise externa dos *softwares* e a dificuldade

com que entram em uma análise mais didática. Nesse nível, muitas questões permanecem sem resposta ou são evitadas. É também o caso das questões que pedem uma previsão das diferenças entre funcionamento informático e funcionamento papel/lápis no nível de funcionamento da classe. Além disso, não notamos diferença sensível sobre os pólos didático e de previsão entre professores questionados ao final de uma formação com ferramenta informática (que não se apoiavam contudo diretamente nos *softwares* considerados) e professores que se preparavam para iniciá-la.

Isso levou M. Abboud, em uma segunda fase da pesquisa, a tentar identificar, por meio da literatura e de entrevistas com alguns professores envolvidos há vários anos nas atividades de formação, as práticas de formação nesse campo e sua evolução. Mesmo se pudermos identificar uma evolução, parece que o modelo permanentemente dominante consiste em apresentar *softwares* que julgamos interessantes para o ensino, em familiarizar os professores com sua utilização, e, em seguida, propor-lhes situações de ensino que nós mesmos concebemos e/ou praticamos e que "funcionam bem", sem realmente procurar especificar o que as faz funcionar, preocupar-se em saber qual nível de especialização elas exigem do professor que deve administrá-la ou interrogar-se sobre suas potencialidades reais em termos de aprendizado. Proporemos a seguir aos professores, se a duração da formação permitir, que eles próprios experimentem essas situações em suas classes ou que criem novas situações e as experimentem; organizaremos sessões de relatos, sem para tanto necessariamente fornecer ferramentas para orientar a compilação do que pode ser observado e a análise dos experimentos, sem chamar a atenção para este ou aquele ponto reconhecido como crítico.

Resta ainda muito trabalho a ser feito, nesse campo como em outros, para articular com eficácia pesquisa e formação.

Referências bibliográficas

ABBOUD, M. *L'intégration de l'outil informatique à l'enseignement des Mathématiques: le cas de la symétrie orthogonale au Collège*. Tese em preparo — Université Paris 7.

ARTIGUE, M. Analyse de processus d'enseignement en environnement informatique. *PetitX*. Grenoble, n.26, p.5-27, 1991.

_____. Functions from an algebraic and graphic point of view: cognitive difficulties and teaching practices. In: HAREL, G., DUBINSKY, E. (Eds.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. [S.l.]: MAA Note, 1992. v.25 p.109-132.

ARTIGUE, M., ERVYNCK, G. (Eds.). *Proceedings of the Working Group 3, ICME 7, Quebec, 1992*. Quebec: University of Sherbrooke, 1993.

BROUSSEAU, G. Le Contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v.9.3, p.309-338, 1988.

_____. *Études de questions d'enseignement, un exemple: la Géométrie*. Grenoble: IMAG, 1983. Séminaire de Didactique des Mathématiques et de l'Informatique de Grenoble.

DAGHER, A. *Environnement informatique et apprentissage de l'articulation entre registres graphique et algébrique de représentation des fonctions*. [S.l.], 1993. Tese (Doutorado) — Université Paris 7.

DOUADY, R. *Dialectique outil-objet et jeux de cadres: une réalisation dans tout le cursus primaire*. [S.l.], 1984. Tese (Pós-Doutorado) — Université Paris 7.

- DUVAL, R. Graphiques et équations. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, Strasbourg, v.1, p.235-253, 1988.
- GOLDENBERG, R, LEWIS R, O'KEEFE, J. Dynamic representations and the development of a process understanding of function, In: HAREL, G., DUBINSKY, E. (Eds.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. [S.l.]: MAA Notes. 1992. v.25 p.235-260.
- HAREL, G., DUBINSKY, E. (Eds.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. [S.l.]: MAA Notes, 1992. v.25
- KAPUT, J. Patterns in students' formalization of quantitative patterns. In: HAREL, G., DUBINSKY, E. (Eds.). *The concept of function: aspects of epistemology and pedagogy*. [S.l.]: MAA Notes. v.25. 1992. p. 290-318.
- LABORDE, C. Cabri-géomètre constituant d'un milieu pour l'apprentissage de la notion de figure géométrique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, v. 14, n.1/2, 1994. no prelo.
- LEINHART, G., ZASLAVSKY, O., KAY, Stein M. Functions, graphs and graphing: tasks, learning and teaching. *Review of Educational Research*, v.60. n.1, p. 1-64. 1990.
- SCHOENFELD, A., SMITH, J., ARCAVI, A. Learning: the microgenetic analysis of one student's evolving understanding of a complex subject matter domain. In: GLAESER, R. (Ed.). *Advances in instructional psychology*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum, 1990. v.4
- TALL, D. *Building and testing a cognitive approach to the calculus using interactive computer graphics*. [S.l.], 1986. Tese—University of Warwick.