EVOLUÇÃO DA RELAÇÃO COM O SABER EM MATEMÁTICA NA ESCOLA PRIMÁRIA: uma crônica sobre cálculo mental

Régine Douady*

Introdução

Neste artigo, interessa-me a relação entre o que o professor se propõe a ensinar em Matemática e o que os alunos aos quais ele se dirige são suscetíveis de aprender de fato. As palavras *ensinar*, *aprender*, *saber* podem acobertar diferentes sentidos. Definirei o sentido que dou a elas.

Todavia, acima das escolhas de ensino, coloca-se uma questão crucial. de ordem sociológica, mas que condiciona o direcionamento das ações didáticas que se queira empreender.

Qual é o lugar do saber na escola para o ensino, para os alunos? Ele é subordinado a relação didática?

Na vida real, todos sabem que a resposta a essas questões é complexa e não pode ser expressa em "tudo ou nada" ou em "sim, não". Todavia no que se segue, optei por identificar **e** apresentar os diferentes casos segundo **a** tendência principal.

Na primeira parte, examino os efeitos sobre as escolhas e decisões dos professores, segundo seja ou não o saber matemático, o principal objetivo da relação didática. Na segunda parte, descrevo um exemplo de realização didática no decorrer da qual o sentido da escola, em particular a relação com o saber matemático, evolui nos alunos.

" Da Universidade de Paris 7.

O saber matemático na relação didática

O que é saber matemática? O que é aprender?

Quando um professor e os alunos se encontram em uma classe, a regra determina que o professor esteja lá para ensinar um certo saber e os alunos, para aprender esse mesmo conhecimento.

Definirei abaixo o sentido que dou as palavras "saber, ensinar, aprender".

Saber Matemática apresenta um duplo aspecto. Por um lado. é ter **a** disponibilidade funcional de certas noções e teoremas matemáticos para resolver problemas, interpretar novas questões... Em tal sistema científico. as noções e teoremas matemáticos desempenham *o papel de ferramenta*. As ferramentas inserem-se em um contexto, sob a ação e o controle de *alguém* (ou de um grupo) em um *dado momento.*

As situações, ou os problemas nos quais as noções matemáticas evoluem, são geradoras de sentidos para essas noções de um certo ponto de vista que chamaremos semântico. São também geradoras de relações que podem ser parcialmente externas à Matemática ou então completamente internas a ela. Saber Matemática é também identificar noções **e** teoremas como elementos de um *corpus* reconhecido científico e socialmente. É também formular definições, enunciar teoremas do *corpus* e demonstrá-los. Digo então que as noções e teoremas matemáticos relacionados desempenham *o papel de objeto. Eles são descontextualizados, despersonalizados* (mesmo que sejam designados por um nome próprio) *e atemporais.*

O trabalho de descontextualização e despersonalização tem participação na *capitalização do saber. O trabalho de recontextualização e o tratamento dos problemas que daí decorrem permitem que o sentido se amplie.* Isso não impede a capitalização de práticas ou de conhecimentos particulares e até mesmo provisórios.

As noções, bem como os teoremas, podem ser trabalhadas, modificadas segundo as situações, onde são solicitadas resultando em novas noções, matéria, por sua vez, de trabalho, interpretação, modificação, generalização, etc. Para os teoremas, podemos explorar o domínio de validades: imaginar variantes, demonstrá-las, ou ao contrário, construir contra-exemplos para certificar de que não são possíveis... Em todos os casos, somos levados a relacionar noções diferentes. Essas relações são fonte de sentido para os que as realizam.

Esse trabalho matemático pode ser feito, tanto sobre as ferramentas, no âmbito de um problema, como sobre os objetos para ampliar seu escopo, sem finalidade precisa, ou por preocupação estética. Ele deve respeitar um conjunto de *regras internas* à Matemática e *diferentes modos de expressão.* Trata-se de um outro componente do sentido, que chamaremos *sintático.*

Ensinar, para um professor, é criar as condições que levarão conhecimento aos alunos.

Aprender, para um aluno, é envolver-se em uma atividade intelectual cuja conseqüência final seja a disponibilidade de um saber com seu duplo papel de ferramenta e objeto. Para que haja ensino e aprendizagem, é preciso, portanto, que o conhecimento seja um objeto importante, e mesmo essencial, de troca entre o professor e seus alunos, que o saber seja uma finalidade importante da escola.

A realidade pode efetivamente ser essa, e o trabalho do professor consiste então em escolher cenários e representações do saber aceitáveis pelos alunos e eficazes em relação ao objetivo de aprendizagem. São possíveis diversas modalidades que podem necessitar de conhecimentos e competências internas ou externas à Matemática e também da organização de comportamentos sociais e mesmo morais por um trabalho talvez externo à Matemática.

Mas a realidade também pode ser bem diferente. O saber pode ser um valor para o professor, mas absolutamente não o ser para um certo número de alunos ou, ao contrário, ser um valor para certos alunos e não para o professor. Então, dois elementos influenciarão as decisões do professor e, em todos os casos, modularão suas expectativas:

1) O que representa para tais alunos o fato de ir a escola, o que eles esperam da escola? O que é aprender?

2) Qual é a proporção de alunos da classe para a qual o saber não é um valor da escola?

Em uma mesma classe, pode acontecer que alguns venham à escola para adquirir conhecimentos, enquanto outros procuram passar de ano cm ano e ir o mais longe possível para ter um bom oficio. Outros vêm à aula para aprender a viver, a se socializar, a se virar na vida. Pouco importa que se ensine Matemática ou qualquer outra coisa. A disciplina é o suporte da comunicação com o professor, que visa responder à sua demanda, e aliás, ao menor custo (Charlot, Bautier. 1993).

Deve-se notar, paradoxalmente, em relação às idéias recebidas, que a Matemática pode ser um domínio paradigmático da comunicação com a escola. Temos como referência para isso os trabalhos de B. Charlot e E. Bautier (1993) nos quais a Matemática é espontaneamente tomada como base pelos alunos interrogados para descrever sua relação com a escola. Minha hipótese é que isso se justifica se ela representar a oportunidade de um imenso desafio intelectual compreendido como tal para aqueles aos quais ela se destina.

Todavia, quaisquer que sejam as intenções quando se chega à escola, cada aluno vai mais ou menos triunfar ou fracassar em seu projeto. De outro lado, conforme a história pessoal do professor, seu próprio conhecimento da Matemática, sua concepção do aprendizado da Matemática, sua vontade de convencer e a força dos condicionantes aos quais está sujeito, ele tentará defender e fazer prevalecer suas convicções ou, ao contrário, tentará apenas sobreviver. E, às vezes, isso já não será tão mau!

Assim, são oferecidas duas possibilidades ao professor que ele poderá usar efetivamente ou que poderá modular, conforme as circunstâncias:

— manter sua exigência sobre o saber como objetivo de sua relação com os alunos ou

— renunciar. É a situação que consideraremos no parágrafo seguinte.

O saber matemático não é um valor nem para o professor nem para os alunos

Neste caso. para que o professor possa exercer seu ofício de professor e para que os alunos desempenhem seu ofício de alunos, a classe é condenada a viver uma *ficção didática:* o professor "ensinará" alguma coisa e os alunos "aprenderão" alguma coisa. Estes serão avaliados e terão notas aceitáveis em nível global.

Mas onde está a Matemática? O que pode fazer o professor? Uma resposta usual é a seguinte: propor aos alunos a execução de tarefas, que são parceladas em subtarefas algoritmizadas segundo as necessidades dos alunos, até que uma porcentagem aceitável de alunos da classe tenha respondido de modo satisfatório.

A conseqüência de tal escolha é que o sentido da atividade matemática é sacrificado. Os alunos não dispõem de nenhum outro meio para controlar sua produção a não ser o de refazer o trabalho nos mesmos termos. A experiência dos professores é a de que tal controle é pouco confiável. Aliás a própria questão da legitimidade do controle é colocada. Corrigir é trabalho do professor. O aspecto mágico se sobrepõe ao aspecto racional. A memória é cada vez mais solicitada, mas há pouca possibilidade de estruturá-la. O recurso aos exercícios repetitivos é incontornável. Os alunos compreendem cada vez menos por que são obrigados a aprender Matemática. Nessas condições, será necessário parcelar e algoritmizar cada vez mais. Mas o professor poderá avançar seu programa, e desde que escolha bem as provas de avaliação — pequenas questões conformes aos hábitos — muitos alunos poderão passar à classe superior. Para o professor e os alunos, a sobrevivência está assegurada.

Resta o destino dos alunos que recusam esse jogo ou o dos que não têm sucesso, apesar da boa vontade.

O saber matemático é um valor para o professor, mas não para os alunos

Aqui. ainda, apresentam-se duas eventualidades, ao menos no inicio do ano escolar:

— o professor aceita entrar na lógica dos alunos, pelo menos provisoriamente, e se dedica progressivamente a fazer o contrato evoluir;

— o professor logo entra em conflito com os alunos.

Para o professor, trata-se de obter uma modificação da relação com a Matemática de uma maioria dos alunos da classe. Então este pode ser um desafio muito grande para o professor que se encontrará engajado, através da Matemática, em um processo de modificação da relação com a escola, da relação professor-aluno e das relações entre alunos.

Com efeito, uma modificação da relação com a Matemática implica para esses alunos uma atribuição de sentido dos conteúdos dessa disciplina e a disponibilidade de ferramentas de tratamento sob seu controle. Isso exige que esses alunos possam entrar cm uma atividade intelectual c que eles sejam convencidos que isso vale a pena. não somente de ponto de vista de sua inserção na escola, mas também de um ponto de vista social e cultural. Isso significa que o professor coloca seus alunos em situação de terem que fazer escolhas, testar seus efeitos, coordená-las, eventualmente voltar as primeiras escolhas e fazer outras... O professor deve então se assegurar que seus alunos disponham de um mínimo de meios para fazê-lo. Isso significa, em nível de contrato, que os alunos aceitam um papel de ator e não se refugiam no simples papel de executantes. E neste contexto de aprendizagem que *o jogo de devolução* (Brousseau, 1990) é incontornável para o professor (Perrin-Glorian, 1993). Para Brousseau, "a devolução é o ato pelo qual o professor faz o aluno aceitar a responsabilidade de uma situação de aprendizagem (não-didática) ou de um problema e ele próprio aceita as conseqüências dessa transferência". Isso quer também dizer que o professor reconhece o esforço dos alunos e os legitima, mesmo se eles não forem coroados de sucesso. Isso quer dizer que ele inscreve os esforços de cada um em um contexto *coletivo*, onde os impasses analisados de uns são indicações de escolhas melhores para outros e, por isso mesmo, suscetíveis de serem produtivos.

É importante considerar logo no início e durante vários anos a *necessária interação entre atribuição de sentido e capitalização do saber*. M. J. Perrin-Glorian trabalhou particularmente nessa questão com alunos de meio popular em dificuldade. Digamos, por enquanto, tratar-se de uma situação difícil de gerenciar e fazer com que alunos, que se habituaram a recusar o jogo matemático, após anos de fracassos, progridam.

Então o professor pode tentar trabalhar com sua dimensão afetiva. Isso funcionará, talvez um momento, talvez um ano, com maior ou menor felicidade conforme a idade dos alunos, mas não há estabilidade suficiente para assegurar a construção de uma massa crítica de conhecimentos necessária para desencadear uma nova relação com a Matemática.

A tentação é grande para o professor de renunciar ao conhecimento e se voltar para uma aprendizagem de técnicas e algoritmos mais ou menos bem memorizados, mas que mais distanciam os alunos do que poderia fazer sentido para eles.

O saber matemático é um valor para certos alunos, mas não para o professor

Não esqueçamos o risco de decepcionar alunos que vêm à escola aprender alguma coisa, que estão interessados pela Matemática, quando é o objeto do ensino. Esses alunos podem então rejeitar não só o curso de Matemática mas também a escola, se sentirem implicitamente que ela não cumpre a sua função. Eles podem ir procurar o conhecimento ou outros centros de interesse em outro lugar, se tiverem possibilidade, indo para melhor ou para pior, ou entrar em conflito com os professores. Esta situação não é utópica. Ela é encontrada em classes muito heterogêneas. E aí, mesmo se um professor puder detectar a dificuldade, ele não tem sozinho controle da situação.

O saber matemático é um valor tanto para o professor como para os alunos

É a situação favorável do ponto de vista da Matemática. Todavia, a elaboração do sentido não implica necessariamente a capitalização do saber. Sob certas condições, ela favorece sua estruturação, condição para sua memorização. É todo o trabalho que deve ser concebido para essa finalidade.

Campos conceituais (Vergnaud, 1991), teoria das situações (Brousseau, 1987 e 1990), dialética ferramenta-objeto. jogos de quadros e janelas conceituais (Douady, 1984,1986 e 1992), representações metacognitivas (Robert, Robinet, 1989) são ferramentas para compreender e/ou organizar a relação com o saber matemático dos diferentes atores do sistema didático e ajudar os alunos em seu esforço para conceitualizar o real.

Claro que numerosas questões didáticas ficam abertas, e os problemas de adequação entre o que é ensinado, de um lado, e o que é efetivamente aprendido, de outro, estão longe de estarem bem resolvidos. Isso leva a que se considere com modéstia e otimismo os estudos realizados e os resultados obtidos.

Um exemplo de evolução da relação com o saber — cálculo mental no CM2: uma crônica

As circunstâncias

A história passa-se em uma escola bem nova de subúrbio, em um grupo de grandes prédios novos de habitação popular que abrigavam prioritariamente grandes famílias em situação social e econômica difícil.

O professor é recém-nomeado para essa escola. Mas é um professor experiente e um membro de nossa equipe de pesquisa em didática da Matemática na escola elementar há vários anos.

Ele toma contato com sua nova classe em setembro e se dirige a seus 24 alunos conforme seus hábitos. Ele percebe rapidamente que 11 dos 24 alunos não conseguem ler um texto relativamente simples, eles não desenvolveram o princípio da articulação das sílabas. Eles têm as mesmas dificuldades para escrever. Nessas condições, como fazer Matemática?

Um bom ponto de partida possível: o cálculo mental. Trata-se de uma atividade matemática que evoca essencialmente o pensar, cujas sessões são, em geral, curtas e periódicas (diariamente, cerca de 10 minutos). Com efeito, é um verdadeiro processo, que evolui com o tempo. Sua expressão é principalmente oral com uma parte bem pequena para o escrito, ao qual se poderia renunciar no começo do processo em casos particulares. É, aliás, uma boa via de acesso para a escrita, como veremos mais tarde. O professor tem uma boa experiência como método que contribui a conceitualização dos números e de suas propriedades operatórias. É um caminho que nos parece perfeitamente adaptado as dificuldades da classe, esperançosa da experiência que temos.

O método previsto

— O mestre propõe oralmente uma operação a fazer.

—Os alunos escutam e memorizam a questão. Eles efetuam mentalmente a operação.

— A um sinal do professor, eles escrevem a resposta em suas lousas, depois a levantam para que o professor possa ler a resposta de todos. Algumas são corretas, outras erradas. E a situação padrão.

— O professor interroga, visando à participação de todos, vários alunos (tanto entre as respostas certas como nas erradas) sobre o procedimento de cálculo.

— Todos devem ser capazes de descrever sua seqüência de cálculos. Em caso de erro, o aluno interrogado pode localizar um erro e corrigi-lo oralmente, desde que explique o que não estava certo e o porquê. Os outros alunos escutam, prontos a intervir em caso de contestação.

— O professor chama então os alunos que tenham calculado de outro modo a se manifestarem (eles levantam a mão) e explicarem seu método.

— Os alunos, de forma coletiva, durante as trocas verbais (entre alunos) conduzidas pelo professor, comparam os métodos, suas vantagens, inconvenientes, a rapidez, as possibilidades de controle.

Durante esse trabalho, muitas propriedades dos números e das operações, propriedades de ordem e compatibilidade das operações entram em jogo, explicitamente, nos usos, mas sem denominação teórica. Essas propriedades intervém como ferramenta para guiar os cálculos, fazer escolhas, justificar as respostas ou localizar incoerências. Elas desenvolvem-se a partir de práticas explícitas de cálculo e de controle de resultados. Por exemplo: "estou certo de que seu resultado é falso porque 12x11 é maior que 12x10 e ele encontra menos de 120".

Além disso, a atenção e a escuta mútuas são solicitadas e desenvolvidas bem como a memória, de maneira intensa, mas durante um tempo que, em geral, não passa de 10 ou 15 minutos.

A realização

Com efeito, esse belo programa mostrou-se falho desde a primeira etapa. Para um grande número de alunos, não fazia parte do contrato que eles deviam ouvir o professor quando este se dirigia a eles. A única relação ao professor que eles concebiam nesse momento era um relacionamento baseado na autoridade do professor e na obediência — de fato, a *desobediência* — dos alunos. Diante dessa situação, o professor podia escolher entre três possibilidades:

— aceitar a lógica deles e se envolver com eles em uma relação de força baseada na autoridade que lhe conferia sua posição institucional;

— tentar convencê-los, com os argumentos baseados em sua representação da escola, centro do saber, e em o que a escola poderia lhes trazer: que seria melhor para eles mudarem de lógica;

— aceitar sua lógica somente no começo e fazer escolhas didáticas adequadas para fazer evoluir a relação deles com a escola.

A primeira, possivelmente, levaria a confrontos dos quais o professor certamente sairia vencedor, mas em detrimento do saber para um bom número de alunos e uma grande fadiga nervosa para o professor. A segunda possibilidade era, por muitas razões que não exporei aqui, fadada ao fracasso. Finalmente, as decisões do professor derivarão da última possibilidade. Como se vê, não é mais uma escolha, mas a única via possível de comunicação com a maioria dos alunos.

Os objetivos

De maneira global, trata-se para o professor de trabalhar visando a um *deslocamento do valor* da escola para seus alunos e a uma modifição do que implicitamente eles vêm procurar nela. A ambição do professor é fazer com que a Matemática se torne, durante os momentos institucionais reservados a essa disciplina, o objeto principal da comunicação entre os alunos e ele e o centro de interesse nas trocas entre alunos.

Trata-se, também, para os membros da equipe, de interrogar-nos sobre os fatores dos quais dependem tal deslocamento de valor, sobre a possibilidade de identificar fatores determinantes, isto é, tais que. em agindo sobre eles, modifiquemos o relacionamento com a Matemática e. em relação a isso, sobre os meios de que pode dispor um professor para agir eficazmente sobre esses fatores no sentido que ele deseja.

De modo mais preciso, os objetivos do professor são os seguintes:

— *escuta e respeito* na relação entre professor e alunos ou na relação entre alunos — quando o professor se dirige aos alunos ou um aluno se dirige a outros alunos, aqueles que não falam, escutam e tentam compreender o que diz aquele ou aquela que fala;

— *o conteúdo das trocas* é essencialmente matemático.

No exemplo que se segue, descrevemos uma seqüência de lições centradas no cálculo mental. Trata-se de trabalhar com número e operações.

A escolha das mensagens e sua classificação traduz intenções didáticas, sustentadas pela meta de deslocamento de valor para a Matemática, juntamente com a meta de aquisições de conhecimentos do lado dos alunos: conhecimentos numéricos, mas também competências no uso dos símbolos, na prática dos raciocínios, e uma certa responsabilidade da validade do que é produzido.

Os conhecimentos supostos dos alunos e que inicialmente vão ser suficientes para o professor são os *nomes* dos números, os nomes das operações.

Primeira mensagem ou a autoridade do professor

P (o professor): Vou propor a vocês operações e vou pedir que alguns de vocês repitam o que eu disse. Não peço para calcular ou achar um resultado, mas só para repetir exatamente.

Todo aluno pode responder ao pedido do professor, salvo se recusa o jogo da escola. Aliás, há ruído e protestos entre vários alunos.

O professor persiste e propõe:

P: 14 multiplicado por 4, Pedro; 5 multiplicado por 22, Paulo; 40 dividido por 8, Maria...

Perguntas análogas vão se renovar durante vários dias, tornando-se os enunciados cada vez um pouco mais complexos.

Neste caso, as variáveis de situação á disposição do professor são:

— Para a Matemática:

- o campo de números solicitados (entre 0 e 100 no início);
- a natureza dos números: inteiros ou não;
- as operações: familiares, menos familiares;
- a complexidade do enunciado (uma operação, várias operações).

— Para a gestão da classe:

- o número de alunos interrogados;
- a duração da atividade em cada dia;
- o número de sessões.

Segunda mensagem e mudança de contrato

P: Vou propor operações e pedirei para alguns de vocês *repeti-las de outro modo*. Por exemplo, para 15x3, vocês podem propor 5x3x3 ou (10+5)x3 ou qualquer outra expressão que daria o mesmo resultado se fizéssemos o cálculo, mas não fazeremos o cálculo. Não se repete duas vezes a mesma expressão. Quem for interrogado tem o direito de ser ajudado por outro aluno, se ele não tiver idéia. Os outros devem ouvir bem para dizer se podemos aceitar a expressão proposta ou não e o porquê.

Nova variável à disposição do professor: sugerir ou não aos alunos que escrevam suas proposições.

Assim, após algumas sessões sob o completo controle do professor, aqueles que possuem conhecimentos numéricos têm a ocasião de exprimi-los em um contexto relativamente pouco incômodo, mas mesmo assim limitado. Eles têm muita escolha dentro de um quadro estabelecido, e afinal, tranqüilizante. De outro lado, eles respondem a uma solicitação do professor e não se arriscam a serem tomados por "pequenos professores" e rejeitados pelos colegas menos dotados matematicamente.

Várias sessões, durante duas ou três semanas, serão consagradas a essa mensagem.

Terceira mensagem e alunos assumem a responsabilidade rumo a um novo objeto de estudo

P: Vou ainda propor operações e vou pedir para que vocês *repitam de outra forma*. Cada um tem o direito de propor sua resposta. A única condição é que ela não tenha ainda sido dita. Quero uma nova a cada vez.

O professor quer orientar o trabalho dos alunos, de um lado para a escrita e de outro, para o estudo explícito de propriedades dos núneros e das operações. Para isso, ele conta com uma evolução do jogo, *do oral para a escrita*, e com uma interação entre os dois modos. É preciso, portanto, organizar essa evolução. A análise que segue explica suas decisões.

A expressão oral é suficiente desde que a informação que os alunos devem recolher e tratar não ultrapasse sua capacidade de memória. Para que a expressão escrita seja necessária, é preciso que a expressão oral se torne deficiente, ou seja, a capacidade de memória amplamente ultrapassada. Há ao menos duas razões para isso: abranger a diversidade dos alunos e tornar inoperante um esforço de memória. Assim, para obter a evolução desejada, o professor joga com o valor da variável "número de alunos interrogados". Ele vai provocar um salto neste valor mudando a regra do jogo: todos têm o direito de propor sua resposta.

O professor conta com a familiaridade desenvolvida nesta prática de cálculo mental para obter *muitas* proposições.

Para que os alunos sejam efetivamente capazes de responder a expectativa do mestre, eles precisam saber escrever expressões numéricas variáveis, dentro de um campo "razoável" de números incluindo sinais operatórios e parênteses. É o objeto de uma outra parte do aprendizado que se alavanca e é desenvolvida progressivamente, em paralelo e em referência ao trabalho oral a partir da segunda mensagem e, também, a um trabalho sobre a leitura e escrita fora da Matemática.

Da parte dos alunos, a reação esperada se produz após duas ou três sessões: "não podemos nos lembrar de tudo, precisamos escrever"; "é preciso colocarmo-nos de acordo sobre as proposições que são iguais e as que são novas".

As propriedades operatórias aqui são *ferramentas implícitas* de classificação, expressas em termos de ações em um certo contexto. A *explicitação* oral pedida a cada aluno em condições de "escuta ativa" da parte dos outros tem por objetivo favorecer a *despersonalização* dos procedimentos e progredir na conceitualização das propriedades subjacentes.

Quarta mensagem e mudança de problemática

P: Encontrar regras para ordenar as proposições entre aquelas que se parecem e aquelas que são diferentes.

Do ponto de vista matemático, os objetos de estudos situam-se sempre no campo numérico.

Todavia, não são mais os números e as relações entre números que estão em estudo, mas as propriedades das operações.

Avaliação

A devolução do cálculo mental, tal como foi concebido pelo professor, e as interações oral/escrita levaram ao menos dois meses para se concretizarem, com 10 a 30 minutos conforme os dias, cinco dias por semana. Essa prática desenvolveu-se e enriqueceu-se em suas modalidades com a evolução dos conhecimentos dos alunos ao longo de todo o ano. Problemas cujas abordagens eram inconcebíveis puderam ser estudados; problemas de Geometria e medidas coordenados com a introdução de números decimais, por exemplo.

Conclusão

No que tange aos objetivos do professor, pode-se dizer que vários fatores se combinaram para fazer evoluir as relações sociais na classe, de um lado, e as relações com o saber, de outro.

Entre esses fatores, a atividade de cálculo mental, tal como foi vivenciada, desempenhou um papel-chave. Assinalemos um outro fator que teve um papel muito importante: a condução da classe por dois docentes em forte coordenação, especialmente no trabalho de simbolização — um profes-sor para as disciplinas científicas e uma professora com formação psicológica e experiência com alunos que têm dificuldades de leitura para os outros campos disciplinares (para respeitar as regras institucionais, os dois docentes se responsabilizaram por duas classes, com a mesma divisão de tarefas).

Cálculo mental e resolução de problemas

A propósito das Perpectivas que oferece o cálculo mental, uma questão mais ampla se coloca: a da retomada no estudo de um problema das competências numéricas derivadas do cálculo mental.
Observamos, no âmbito de nossas pesquisas, que a prática regular do cálculo mental, tal como foi descrito, desenvolve em quase todos alunos uma grande rapidez de cálculo. Além disso, a facilidade de certos alunos para calcular mental e rapidamente intervinha, com efeito, em várias ocasiões, quando eles se confrontavam com um problema:

— *no começo* do estudo, para obter informações suficientes para criar uma idéia da situação a tratar. Daremos um exemplo: dado um retângulo, encontrar um outro retângulo de perímetro maior e área menor.

Para responder a essa questão, observamos um primeiro método utilizado. Ele consistia em escolher vários retângulos de perímetro maior e calcular a área, ou vários retângulos de área menor e calcular o perímetro, antes de poder visar às variações conjuntas. A possibilidade de fazer numerosos cálculos mental e rapidamente era um trunfo nesse estudo;

— *durante* o estudo, para evitar escrever as operações simples e ir mais rápido, por exemplo, as multiplicações ou a divisão por 2. ou ainda, para otimizar as escolhas numéricas nas situações de classificação;

— *no fim,* para controlar os resultados de um algoritmo. Por exemplo, resolver uma equação aplicando um algoritmo, depois testar a validade do resultado, substituindo-o na equação.

Na realidade, essa disponibilidade do cálculo mental com finalidade de prática de cálculo parece ligada à legitimidade que o professor lhe conferiu na aula e nas ocasiões em que foi empregado. Quer dizer que só a competência não é suficiente; é preciso também que seu uso seja reconhecido pelo professor. Isso significa que o professor solicitava tal cálculo durante o trabalho em um problema, nas diferentes situações descritas acima.

Coloca-se uma questão: a calculadora pode substituir o cálculo mental? Senão, o que é específico a cada um dos modos de cálculo: mental, escrito. calculadora e como podem eles se conjugar cm um trabalho onde o numérico é importante?

Referências bibliográficas

ARTIGUE, M. Ingénierie didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, n.9.3, p.281-308, 1989.

BAUT1ER. E., ROBERT. A. Réflexions sur le rôle des représentations métacognitives dans 1'apprentissage des Mathématiques. *Revue Française de Pédagogie,* Paris, n.84, p. 13-19, 1988.

BROUSSEAU, G. Fondements et méthodes de Ia didactique. *Recherches en Didactique des Mathématiques.* Grenoble, n.7.2, p.33-115, 1987.

__________. Le Contrat didactique: le milieu. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, Grenoble, n.9.3, p.309-336, 1990.

CHARLOT, B., BAUTIER, E. Rapport à 1'école, rapport au savoir et enseignement des Mathématiques. *Repéres IREM,* n.10, 1993.

DOUADY, R. Jeux de cadres et Dialectique outil-objet. *Cahier de Didactique,* Paris, n.3, 1984.

__________.__________*Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, n.7.2, p.5-32, 1986.

__________. Ingénierie didactique et évolution du rapport au savoir... *RepéresIREM,* n.l5, 1992.

DOUADY, R.. PERRIN-GLORIAN, M. J. Un processus d'apprentissage du concept d'aire de surface plane. *Educational Studies in Mathematics,* n.20, p.387-424, 1989.

PERRIN-GLORIAN, M.l Questions didactiques soulevées à partir de Tenseignement des Mathématiques dans des classes "faibles". *Recherches en Didactique desMathématiques,* Grenoble, n. 13.1,1993.

ROBERT, A.. ROBINET, J. Représentations des enseignants de Mathématiques sur les Mathématiques et leur enseignement. *Cahier deDIDIREM,* Paris, n.l, 1989.

VERGNAUD, G. La théorie des champs conceptucls. *Recherches en Didactique des Mathématiques,* Grenoble, n. 10.2.3, 1991.