

MEIRA, Luciano, SHLIEMANN, Analúcia, CARRAHER, David, SPINILLO, Auna. FALCÃO, Jorge da Rocha. Estudos em Psicologia da Educação Matemática.

A história das relações entre as ciências da cognição e a prática instrucional na escola têm sido, no mínimo, problemáticas. De fato, não existe uma conexão trivial entre teorias da aprendizagem, ou do desenvolvimento cognitivo, e modelos instrucionais para o ensino de disciplinas específicas. A respeito destas complexas relações, atribui-se ao renomado psicólogo Ulric Nasser uma crítica à Psicologia, segundo a qual "se x é um problema socialmente relevante, x foi raramente abordado pela Psicologia". Assim é que outro importante representante das ciências cognitivas na atualidade, Andrea di Sessa, defende com muita propriedade que, se uma teoria cognitiva é articulada e robusta, sua "aplicação" direta na prática educacional é não trivial, senão impraticável.

Exageros à parte, as teses mais avançadas em diversas linhas da Psicologia (experimental, do desenvolvimento e cognitiva) eram vistas há até bem pouco tempo como um campo periférico aos interesses mais amplos da educação. A influência da Psicologia na educação ficava por conta quase exclusiva da área de influência behaviorista, através de estudos de aprendizagem que investigavam comportamentos de relevância duvidosa para a aprendizagem humana, em situações fora do laboratório. Análises de conceitos complexos como aqueles encontrados diariamente nas aulas de Matemática, por exemplo, não eram comuns na literatura psicológica, ou divergiam bastante das análises realizadas por matemáticos. Em outros casos, os conceitos eram tratados como medidas de testes de inteligência, ou mesmo como respostas mecânicas a serem adquiridas pelo aluno em conformidade com uma história de reforço.

Por outro lado, o psicólogo que mantinha contato direto com o professor — o psicólogo escolar — preocupava-se com questões relativas a dificuldades emocionais, afetivas e de inteligência ou aptidão. Este

profissional exercia na escola um papel semelhante àquele do psicólogo clínico: diagnosticava os alunos com suspeita de serem "portadores" de problemas, identificava sua suposta origem e aconselhava o professor, a família e a Direção da escola sobre as providências necessárias. Frequentemente, concluía-se que residia no próprio aluno a causa de seus problemas, ou que o problema era localizado na família, nas condições de vida do aluno, na sociedade. Raramente, o papel da escola na emergência destes problemas era questionado. Ao longo dos últimos anos, tornou-se evidente que este procedimento não passa de uma forma de deslocar o foco de discussão de questões fundamentais relativas a formas de ensinar e de aprender, para questões onde a escola não poderia ser responsabilizada. É importante notar que o aluno "normal", bem como a "aprendizagem normal", não eram assuntos para o psicólogo. Claro, a Psicologia evoluiu enormemente nos últimos anos. Com a divulgação dos trabalhos de Jean Piaget e Lev Vygotsky, entre outros, a relação entre a Psicologia e a educação iniciou um período de redefinição. As pesquisas piagetianas e vygotskianas deram apoio a uma idéia relativamente simples e muito importante, cujas repercussões continuam a expandir-se: *o desenvolvimento e a aprendizagem são profundamente relevantes para o ensino*. É verdade que esta noção havia sido antecipada nas concepções filosóficas de Rousseau e Dewey. Mas Piaget, por exemplo, conduziu, pela primeira vez, estudos empíricos minuciosos e elaborou complexas análises teóricas sobre uma variedade enorme de conceitos matemáticos e científicos, tais como número, espaço, tempo, causalidade, probabilidade, força, velocidade, aceleração, reação química, razão e proporção, relação, função, etc. Embora estas análises não indicassem diretamente o que deveria ser feito em sala de aula, elas foram importantes para que começássemos a compreender como a criança pensa e quais as dificuldades que enfrenta na aprendizagem de conceitos. Com Vygotsky, hoje em evidência mundial, passamos também a reconhecer a necessidade de empreender estudos mais diretamente relacionados aos contextos socioculturais da escola e da atividade profissional e à aprendizagem de conteúdos específicos, que poderiam ser trabalhados na escola. Os conceitos de Zona de Desenvolvimento Proximal (que coloca de forma

intrínseca as relações entre aprendizagem e desenvolvimento) e Ação Mediada (o uso de ferramentas cognitivas e culturais na atividade humana) são uma contribuição inestimável a tal empreendimento.

No que diz respeito à Educação Matemática, a contribuição da Psicologia traduz-se de forma bem particular. Há quarenta anos, se pedíssemos a educadores matemáticos para identificar os campos de conhecimento que compõem a Educação Matemática, a maioria certamente mencionaria a Educação e a Matemática, mas poucos citariam a Psicologia. Só em 1976, durante o III Congresso Internacional de Educação Matemática (ICME3) na Alemanha, criou-se um grupo internacional de estudos sobre a Psicologia da Educação Matemática (PME) com a finalidade de promover o intercâmbio científico e pesquisas interdisciplinares, na tentativa de aprofundar a compreensão dos aspectos psicológicos do ensino e da aprendizagem da Matemática. É significativo que o PME não definiu este novo campo como pertencendo exclusivamente à Educação, à Matemática ou à Psicologia, mas como uma área de interseção entre estas disciplinas.

Embora a pesquisa em Psicologia da Educação Matemática exista no Brasil há vários anos, sua designação não tem sido amplamente reconhecida. O livro *Estudos em Psicologia da Educação Matemática* representa uma tentativa de promover no Brasil o reconhecimento explícito desta área eminentemente interdisciplinar e de inegável importância teórica e prática.

Estudos em Psicologia da Educação Matemática traduz a preocupação de vários pesquisadores na área da Psicologia Cognitiva no aprofundamento de reflexões sobre como a criança desenvolve a compreensão de conceitos matemáticos dentro e fora da escola, quais as dificuldades que enfrenta e qual a melhor forma de proporcionar oportunidades para a aquisição e desenvolvimento desse conhecimento. O livro reúne quatro artigos, baseados em estudos realizados por pesquisadores do mestrado

em Psicologia Cognitiva da Universidade Federal de Pernambuco (UFPE), sobre a compreensão de conceitos matemáticos. Tratando de diferentes temas de importância central na Educação Matemática, os artigos têm em comum a concepção de que o conhecimento matemático é o resultado de construções que os indivíduos realizam em contextos específicos. Nesse sentido, os artigos compartilham também o ponto de vista de que a elaboração de situações adequadas em sala de aula requer do professor, tanto o conhecimento sobre os conteúdos da Matemática, quanto o conhecimento sobre como a criança desenvolve sua compreensão de conceitos matemáticos, quais as dificuldades que enfrenta e quais as características das concepções que desenvolve. Os diversos capítulos analisam diferentes tipos de conteúdos matemáticos e os tipos de atividades que podem proporcionar o progresso de estratégias intuitivas (de alcance limitado, mas bem compreendidas pelo aluno), para estratégias de aplicação mais eficiente e geral que mantenham a compreensão sobre as relações envolvidas nos problemas.

No capítulo 1, Analúcia Schliemann e David Carraher mostram como a compreensão de razões e proporções pode ocorrer independentemente do ensino escolar, mas que é através da instrução que estratégias mais eficientes e gerais podem ser aprendidas. Para isso, os autores discutem as características da compreensão sobre proporcionalidade que a criança ou o adulto desenvolve fora da escola, quais os seus pontos fortes e quais os seus limites. Crianças que trabalham no comércio de doces fora da escola usam uma estratégia escolar de adições sucessivas, implementando transformações paralelas nas variáveis que compõem a razão. Os autores observam, entretanto, que estas crianças não descobrem espontaneamente que as relações entre preço e número de objetos comprados, por exemplo, são de mesma natureza que as relações entre outros tipos de variáveis. A construção desta relação exige a experiência com novas variáveis para que as semelhanças matemáticas possam emergir. Este é um problema educacional interessante, pois se nos restringirmos às situações já dominadas pelo aluno, este acerta os problemas, mas deixa de ampliar

seu conhecimento. Por outro lado, se utilizarmos contextos estranhos e relações numéricas difíceis, o aluno poderá não compreender os problemas. Assim, o ensino e a aprendizagem envolvem uma tensão entre a continuidade e a descontinuidade. Na opinião de Schliemann e Carraher, a escola tenta frequentemente minimizar os erros associados a este dilema, organizando e sistematizando novos conteúdos de tal forma que o aluno acerte os problemas, não porque compreendeu os conceitos, mas sim porque havia pistas para auxiliá-lo na resolução dos problemas. Os autores concluem afirmando que a criança certamente desenvolve uma compreensão de razão e proporção *fora da escola*, mas o raciocínio proporcional também envolve conhecimentos que podem ser *na escola*: é na escola que se pode aprender como analisar situações, como expressar relações e como derivar valores. O trabalho de relacionar o conhecimento adquirido fora da escola com o conhecimento que a escola tem obrigação de tentar desenvolver deve constituir o objetivo sempre presente das atividades do educador.

No capítulo 2, Auna Spinillo analisa os primeiros passos da criança no desenvolvimento da compreensão de razões e proporções, e a natureza das relações envolvidas nesta compreensão. Dando continuidade à discussão iniciada por Schliemann e Carraher, esta autora considera que o ensino de proporções é relevante na escola, pois dá sustentação a programas de Matemática e Ciências (Física, Química, Biologia), sendo a base para a compreensão de conceitos diversos como fração, porcentagem, densidade, velocidade, etc. Também na Psicologia, o conceito de proporcionalidade está relacionado ao desenvolvimento cognitivo, cuja aquisição marca a passagem do período das operações concretas para as operações formais. O objetivo da autora é demonstrar que, apesar de muitas investigações apontarem para a compreensão de proporção como sendo uma aquisição tardia, existem evidências de que crianças são capazes de fazer julgamentos proporcionais desde os 6-7 anos e de aprender sobre proporções através de situações de treinamento. Entretanto, isto ocorreria apenas quando as relações de primeira ordem

entre os termos da proporção são fáceis de ser estabelecidas (em termos parte-parte), e quando os problemas permitem o uso do referencial "metade" como estratégia para decidir sobre equivalências. O uso de comparações parte-parte significa tratar a tarefa em termos de razão, enquanto o uso de comparações parte-todo significa tratar a tarefa em termos de fração. Levando-se em conta estas características, a autora propõe as seguintes recomendações para o ensino de proporção nas séries iniciais do primeiro grau: 1) menos ênfase na quantificação numérica; 2) a capitalização com experiências perceptuais e de estimação; 3) o uso de tarefas de comparação, tanto quanto de tarefas de incógnita e 4) a atenção à importância dos pontos de referência.

No capítulo 3, Luciano Meira mostra como a compreensão de funções emerge em situações de interação entre as crianças, e durante discussões apoiadas com diferentes tipos de materiais. Este artigo discute a complexidade do conceito de funções e as múltiplas conexões entre este conceito e suas representações, além de apontar para algumas das muitas dificuldades que podem estar envolvidas no seu aprendizado, tais como:

- 1) o reconhecimento de funções não-lineares;
- 2) a diferenciação entre gráficos de funções contínuas e discretas;
- 3) a representação algébrica de funções a partir de gráficos e vice-versa;
- 4) a compreensão do conceito de variável.

O autor considera, entretanto, que, apesar de todas estas dificuldades, o domínio das funções lineares envolve noções matemáticas que crianças do primeiro grau podem compreender, quando confrontadas com situações e problemas adequados. Três estudos são apresentados, onde são relatadas pesquisas referentes a: 1) experiências com modelos físicos de funções lineares; 2) o conhecimento sobre tabelas de pares ordenados e 3) atividades com gráficos e, em particular, equações algébricas. Como conclusão, o autor recomenda que: 1) o estudo de funções deve envolver, tão simultaneamente quanto possível, atividades com múltiplas representações deste conceito; 2) atividades com tabelas e seqüências devem estar incluídas no estudo introdutório de funções, como referentes materiais para a investigação de relações entre quantidades; a

este respeito, o autor critica o uso tradicional de tabelas apenas como um "arquivo" de coordenadas a serem grafadas no plano cartesiano; 3) o estudo das representações algébricas de funções deve envolver a constante busca de significados para símbolos representados no papel. Finalmente, o autor considera que estes são objetivos complexos, mas que podem ser gradualmente atingidos na medida em que o ensino engaje os alunos em atividades de discussão que enfoquem as relações entre símbolos algébricos e quantidades representadas em gráficos, tabelas de valores e sistemas físicos.

Finalmente, no capítulo 4, Jorge da Rocha Falcão apresenta uma análise das dificuldades que os alunos enfrentam ao adotar a representação algébrica para a resolução de problemas. Para Falcão, a Álgebra refere-se a um conjunto de conceitos e procedimentos (algoritmos) matemáticos que permitem a representação prévia e a resolução de um determinado tipo de problema, para o qual os procedimentos aritméticos mostram-se insuficientes. Nesse sentido, a Álgebra, assim como vários outros conteúdos da Matemática, caracteriza-se por uma dupla natureza epistemológica: ela é um objeto de estudo (enquanto objeto matemático), mas é igualmente uma ferramenta de trabalho a serviço de outros domínios. Além de observar sua natureza epistemológica, Falcão propõe que o ensino introdutório da Álgebra deve considerar a dialética ruptura *versus* continuidade da Álgebra em relação à Aritmética. Diferentemente da Aritmética, a Álgebra requer mudanças na abordagem de problemas, ao incluir uma formalização prévia ao cálculo propriamente dito. Ao mesmo tempo, o ensino da Álgebra requer consideração dos elementos

de continuidade, visto que muitos dos problemas enfrentados em didática da Álgebra se originam na Aritmética. As seguintes recomendações são propostas por este autor: 1) não restringir o ensino introdutório da Álgebra ao uso de algoritmos a partir de equações prontas; 2) solicitar freqüentemente dos alunos o esforço prévio de escrever equações a partir de situações, prevendo atividades de apoio didático nesse sentido (através do uso de planilhas eletrônicas, por exemplo); 3) explorar atividades interdisciplinares envolvendo a observação de fenômenos físicos, construção de tabelas e gráficos e tentativa de construção de modelos algébricos.

Como conclusão desta revisão sumária dos estudos publicados em *Estudos em Psicologia da Educação Matemática*, os autores ressaltam que o professor tem um papel fundamental na criação de tarefas e de um contexto de atividades que possam guiar a participação do aluno e o processo de construção de conhecimentos na sala de aula. Para isto, é necessário que o professor pesquise possibilidades pedagógicas e esteja a par de resultados de pesquisas realizadas, nas áreas de Psicologia Cognitiva e Educação Matemática. Este livro representa para o professor, sobretudo, uma fonte de material que poderá inspirar o planejamento de atividades que proporcionarão ao aluno a oportunidade de descobrir relações, resolver problemas e aprender novas formas de representar mais eficientemente suas concepções, no sentido de compreendê-las o significado.

Os autores
(Universidade Federal de Pernambuco)