RBEP

REVISTA BRASILEIRA DE
ESTUDOS PEDAGÓGICOS

e-ISSN 2176-6681 | volume **106** 2025
rbep.inep.gov.br

ESTUDOS

Oportunidades de aprendizagem profissional acerca do raciocínio matemático: um modelo para categorização

Rosemeire Favaro Lisse Trevisolli[I]
André Luis Trevisan[II]
Anna Flávia Magnoni Vieira[III]
Eliane Maria de Oliveira Araman[IV]

https://doi.org/10.24109/2176-6681.rbep.106.6458

Resumo

Visto que o conhecimento do professor sobre o raciocínio matemático (RM) influencia diretamente suas práticas em sala de aula, a pesquisa que resultou neste artigo se desenvolveu a partir de um processo formativo destinado a professores que ensinam Matemática, o qual explorou esse tema. Assim, este texto tem como objetivo compreender as oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) acerca do RM, seus processos e entendimentos vivenciados por uma professora participante de um processo formativo, nas etapas de planejamento, desenvolvimento e reflexão de uma aula. A natureza do estudo é qualitativa, de cunho interpretativo, e a análise incidiu sobre os momentos de interação da referida professora, durante as etapas de planejamento, desenvolvimento e reflexão sobre uma aula destinada aos anos iniciais do ensino fundamental. Foram evidenciadas diferentes OAP acerca do RM,

I Secretaria da Educação do Estado do Paraná. Rolândia, Paraná, Brasil. *E-mail*: <rosyflisse@gmail.com>; <http://orcid.org/0000-0002-0329-3561>. Mestre em Ensino de Matemática pela Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR).

II Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Londrina, Paraná, Brasil. *E-mail*: <andreluistrevisan@gmail.com>; <http://orcid.org/0000-0001-8732-1912>. Doutor em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL), Bolsista Produtividade da Fundação Araucária.

III Universidade Estadual do Paraná (Unespar). Apucarana, Paraná, Brasil. *E-mail*: <anna_flavia_magnoni@hotmail.com>; <http://orcid.org/0000-0002-5556-3877>. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

IV Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR). Cornélio Procópio, Paraná, Brasil. *E-mail*: <eliane.araman@gmail.com>; <http://orcid.org/0000-0002-1808-2599>. Doutora em Ensino de Ciências e Educação Matemática pela Universidade Estadual de Londrina (UEL).

as quais foram declaradas pela professora ou puderam ser inferidas dos dados em cada uma dessas etapas. Como resultado, foi proposto um modelo para categorização de OAP em que estas foram segmentadas em dois grupos: Conhecimento Especializado do RM e Conhecimento Pedagógico do RM, este último organizado em duas categorias – Conhecimento do RM e do ensino e Conhecimento do RM e dos estudantes. Concluiu-se que a promoção de ações formativas que privilegiam OAP em relação ao RM pode resultar em um avanço no processo de aprendizagem dos estudantes e na melhoria da proficiência na aprendizagem da Matemática.

Palavras-chave: ensino de Matemática; formação de professores; oportunidades de aprendizagem profissional; raciocínio matemático.

Abstract

Professional learning opportunities regarding mathematical reasoning: a model for categorization

Since teachers' knowledge of mathematical reasoning (MR) directly influences their classroom practices, the research that resulted in this study was developed from a training process aimed at teachers who teach mathematics, which explored this topic. Therefore, the objective of this study is to understand the professional learning opportunities (PLO) regarding MR, their processes and understandings experienced by a teacher participating in a training process during the planning, development and reflection stages of a lesson. The nature of the study is qualitative and interpretive, and the analysis focused on the moments of interaction of the aforementioned teacher during the planning, development and reflection stages of a lesson for the early years of elementary school. Different PLO on RM were highlighted, either stated by the teacher or inferred from the data at each of these stages. As a result, a model was proposed for categorizing PLO, which were segmented into two groups: Specialized Knowledge of MR and Pedagogical Knowledge of MR, the latter organized into two categories: Knowledge of MR and teaching and Knowledge of MR and students. The conclusion is that the promotion of formative actions that focus on PLO in relation to MR can result in a breakthrough in the students' learning process and in improved proficiency in learning mathematics.

Keywords: mathematics teaching; teacher training; professional learning opportunities; mathematical reasoning.

Resumen

Oportunidades de aprendizaje profesional sobre el razonamiento matemático: un modelo de categorización.

La investigación que dio lugar a este artículo se desarrolló a partir de un proceso de formación dirigido a profesores que enseñan matemáticas, en el que se exploró este tema, dado que el conocimiento de los profesores sobre el Razonamiento Matemático (RM) influye directamente en sus prácticas de aula. Este texto tiene como objetivo comprender las Oportunidades de

Aprendizaje Profesional (OAP) sobre el RM, sus procesos y comprensiones experimentadas por una maestra participante en un proceso de formación en las etapas de planificación, desarrollo y reflexión de una clase. La naturaleza del estudio es cualitativa e interpretativa, y el análisis se centró en los momentos de interacción de dicha maestra, durante las etapas de planificación, desarrollo y reflexión sobre una clase destinada a los primeros años de la educación primaria. En cada una de estas etapas se pusieron de relieve diferentes OAP sobre el MR, que fueron declaradas por la maestra o que pudieron inferirse a partir de los datos en cada una de las etapas. Como resultado, se propuso un modelo para la categorización de las OAP, en que éstas se segmentaron en dos grupos: Conocimientos especializados del RM y Conocimientos pedagógicos del RM, estos últimos organizados en dos categorías: Conocimientos sobre el RM y enseñanza y Conocimientos sobre el RM y de los alumnos. Se concluye que la promoción de acciones formativas que favorezcan las OAP en relación con el RM puede dar lugar a un avance en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y a una mejora de la competencia en el aprendizaje de las Matemáticas.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas; Formación de profesores; Oportunidades de aprendizaje profesional; Razonamiento matemático.

Introdução

Promover o raciocínio matemático (RM) em sala de aula implica desenvolver práticas letivas que possibilitem aos estudantes elaborarem, justificarem ou refutarem suas conjecturas (Lannin; Ellis; Elliott, 2011). Em especial, no âmbito do grupo de pesquisa que os autores integram[1], têm-se investigado possibilidades para essa promoção por meio do trabalho com tarefas exploratórias (Ponte, 2005), em diferentes níveis de escolaridade. Nessas pesquisas, temos procurado: (i) discutir os processos de RM que estudantes mobilizam (Araman; Trevisan; de Paula, 2022; Morais; Araman; Trevisan, 2022; Oliveira; Araman; Trevisan, 2022; Trevisan; Araman; Serrazina, 2023); e (ii) compreender como ações do professor podem contribuir para essa mobilização (Trevisan et al., 2023).

Para além dos resultados promissores obtidos nessas investigações, reconhecemos que, para que a promoção do RM realmente se efetive na educação básica, é mister direcionar o olhar para a formação do professor que ensina Matemática e proporcionar ações de formação que gerem oportunidades de aprendizagem profissional (OAP) (Ribeiro; Ponte, 2019, 2020), no sentido de se apropriarem de conhecimentos teóricos sobre o RM e possibilidades metodológicas para promovê-lo com os estudantes.

São particularmente importantes as experiências dos professores em espaços de trabalho coletivo e de discussão que favoreçam a reflexão sobre os seus conhecimentos e a partilha das suas experiências de prática na sala de aula (Richit; Ponte; Tomkelski, 2019; Ribeiro; Ponte, 2019). Assim, a aprendizagem do professor envolve o desenvolvimento e a integração de uma base de conhecimento sobre conteúdo, ensino e aprendizagem, situando-se na sua "prática diária, incluindo os momentos de sala de aula, mas também de planejamento, avaliação e colaboração com colegas" (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 2). Os autores consideram OAP como "momentos coletivos em que professores em exercício trabalham e discutem situações

[1] http://dgp.cnpq.br/dgp/espelhogrupo/781023

matemáticas e didáticas, com o objetivo de ampliar o seu conhecimento profissional para o ensino" (Ribeiro; Ponte, 2019, p. 50, tradução nossa).

Elegemos como foco desta pesquisa o modelo proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), o Conhecimento Matemático para o Ensino – Mathematical Knowledge for Teaching (MKT) –, para compreender as OAP vivenciadas por uma das professoras participantes de um processo formativo que abordou o RM. Nossa hipótese, sustentada por resultados presentes na literatura (Herbert; Bragg, 2021; Rodrigues; Vieira; Serrazina, 2021), é a de que, ao participarem de ações formadoras que visam à promoção do RM, os professores podem vivenciar OAP que aprimorem sua prática letiva e, em consequência disso, contribuir para a aprendizagem matemática dos estudantes. Essa hipótese se sustenta no fato de que o conhecimento do professor sobre esse tema (RM) influencia diretamente as práticas em sala de aula, sendo assim necessário construir conhecimentos sobre entendimentos essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliott, 2011).

Nosso objetivo, neste artigo, é compreender as oportunidades de aprendizagem profissional acerca do raciocínio matemático, seus processos e entendimentos vivenciados por uma professora participante de um processo formativo, nas etapas de planejamento, desenvolvimento e reflexão de uma aula. A fim de alcançar esse objetivo, elencamos, como foco de análise, os momentos de interação de uma professora que atua nos anos iniciais do ensino fundamental, participante de um desses processos formativos, procurando responder às indagações que nos levaram a este estudo: Quais OAP acerca do RM são declaradas pela professora participante ou podem ser inferidas pelos pesquisadores, nas etapas de planejamento, desenvolvimento e reflexão de uma aula? Como essas OAP articulam-se com o conhecimento matemático para o ensino?

Enquadramento teórico

RM e seus entendimentos essenciais

Jeannote e Kieran (2017) relatam que há múltiplas visões a respeito do RM entre os pesquisadores, o que dificulta comparações entre as diversas abordagens, caracterizações e resultados de estudos sobre esse tema. Elencamos, para este trabalho, a definição proposta por Lannin, Ellis e Elliott (2011, p. 12, tradução nossa), segundo os quais o RM "é um processo dinâmico envolvendo conjecturar, generalizar, investigar [o] porquê, e desenvolver e avaliar argumentos". Os autores caracterizam o RM a partir de um conjunto de entendimentos essenciais (expostos no Quadro 1) que possibilitam compreender por que certas ideias são, ou não, matematicamente apropriadas ao resolver tarefas matemáticas. Para eles, "entender o RM exige que você não apenas conheça ideias matemáticas importantes, mas também reconheça como essas ideias se relacionam e encontram novas conexões entre as conhecidas" (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 3, tradução nossa).

O modelo de RM proposto por Lannin, Ellis e Elliott (2011) é estruturado com base nos processos de conjecturar, generalizar, investigar o porquê e justificar ou refutar, delimitando-os em três grupos, detalhados em nove entendimentos essenciais que o professor precisa compreender (Quadro 1). Descrevemos brevemente, logo após, os processos envolvidos em cada um desses três grupos, visto que embasarão a análise proposta neste artigo.

Quadro 1 – Processos de RM e seus entendimentos essenciais

Processos	Entendimentos essenciais
Conjecturar e generalizar	1. Conjecturar envolve raciocinar sobre relações matemáticas para desenvolver afirmações que são provisoriamente consideradas verdadeiras, mas que não são conhecidas como verdadeiras. Essas declarações são chamadas de conjecturas.
	2. Generalizar envolve identificar semelhanças entre os casos ou estender o raciocínio para além do intervalo em que se originou.
	3. Generalizar envolve identificar a aplicação da generalização, reconhecendo o domínio relevante.
	4. Conjecturar e generalizar envolve o uso e o entendimento do significado de termos, símbolos e representações.
Investigar o porquê	5. O raciocínio matemático envolve a investigação de vários fatores potenciais que podem explicar por que uma generalização é verdadeira ou falsa.
Justificar e refutar	6. Uma justificação matemática é um argumento lógico baseado em ideias já compreendidas.
	7. Uma refutação matemática envolve mostrar que uma afirmação particular é falsa.
	8. Justificar e refutar envolve avaliar a validade dos argumentos.
	9. Uma justificativa matemática válida para uma afirmação geral não é um argumento baseado em autoridade, percepção, consenso popular ou exemplos.

Fonte: Trevisolli (2024, p. 23) baseado em Lannin, Ellis e Elliott (2011).

Para Lannin, Ellis e Elliott (2011), conjecturar é elaborar uma primeira hipótese matemática, que é construída pelo aluno ao procurar solucionar uma tarefa matemática. Essas conjecturas iniciais podem, ou não, ser verbalizadas ou registradas, em alguns casos, ficando apenas na mente dos estudantes; em outros, levando a afirmações que posteriormente podem ser reconhecidas como verdadeiras ou falsas. Os autores ressaltam que a natureza provisória da declaração depende do conhecimento que o aluno tem sobre o assunto em discussão. Assim, enquanto para alguns uma conjectura torna-se uma afirmação provisória (que pode ou não ser verdadeira, mas que ainda requer investigação), outros, de imediato, veem a conjectura como verdadeira (ou falsa), mesmo que não consigam formular uma justificativa válida para explicar o motivo.

Generalizar é um exercício de "concentrar-se em um aspecto particular de um problema ou de uma ideia e pensar mais amplamente sobre este aspecto" (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 16, tradução nossa). Diante de uma tarefa matemática, o aluno pode centrar-se em qualquer aspecto, que nem sempre revela uma propriedade matemática importante; são, portanto, características que não levarão às generalizações corretas. Os autores descrevem dois aspectos relacionados à generalização: a identificação de elementos comuns (reconhecendo semelhanças em diferentes problemas, exemplos, representações, contextos ou situações) e a extensão do RM para além do intervalo em que esses elementos comuns foram originalmente identificados.

Investigar o porquê envolve explorar vários fatores, levando os estudantes a reconhecerem que as declarações gerais podem ser explicadas de diversas maneiras e que "a razão pela qual uma declaração geral é verdadeira ou falsa pode fornecer uma visão sobre novas relações matemáticas" (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 34, tradução nossa).

Segundo Lannin, Ellis, Elliott (2011), ao estudarmos Matemática, enquanto alunos, a escola nos passou regras, sem que precisássemos raciocinar sobre elas, e agora, enquanto professores que ensinam Matemática com esse viés do RM, é preciso "avaliar a validade das justificativas e refutações dos estudantes, uma vez que reconhecer se uma justificativa matemática é válida é um componente crítico dos processos de RM" (Lannin; Ellis; Elliott, 2011, p. 35, tradução nossa). Desse modo, olhar com atenção para esses processos é uma oportunidade de aperfeiçoar a compreensão das declarações dos estudantes durante a realização de tarefas que permitam justificar seu RM.

Em síntese, defendemos que compreender os processos do RM e os nove entendimentos apresentados por Lannin, Ellis e Elliott (2011) pode oferecer ao professor OAP por meio de reflexões a respeito da maneira como seu aluno raciocina. Como consequência, tais reflexões podem contribuir para que esse professor compreenda como pode selecionar tarefas e realizar intervenções que levem os estudantes a mobilizarem processos de conjecturar e generalizar, investigar o porquê, justificar e refutar, propiciando o desenvolvimento de habilidades que envolvem a competência de raciocinar matematicamente (Brasil. MEC, 2017).

Conhecimento matemático para o ensino

O modelo de Conhecimento Matemático para o Ensino, Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), proposto por Ball, Thames e Phelps (2008), apresenta os conhecimentos necessários ao professor que ensina Matemática, pois se baseia na prática docente (Conhecimento Pedagógico do Conteúdo) e no conhecimento específico da área (Conhecimento Específico do Conteúdo), organizados em seis subdomínios, conforme apresentado na Figura 1.

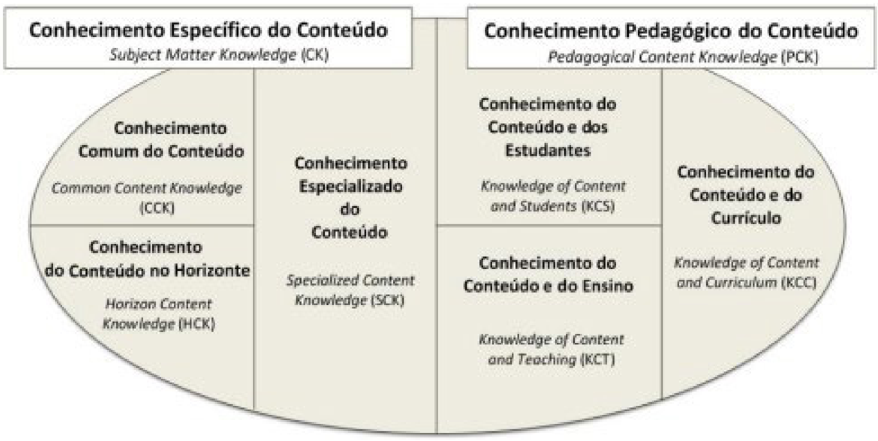

Figura 1 – Subdomínios do MKT

Fonte: Ball, Thames e Phelps (2008) apud Elias (2017, p. 32).

O Conhecimento Específico do Conteúdo (CK) apresenta como subdomínios: o Conhecimento Comum do Conteúdo (CCK), utilizado por quem tenha estudado Matemática, sem compromisso com o ensino; o Conhecimento Especializado do Conteúdo (SCK), que se volta ao ensino e oferece suporte para que o professor possa realizar adaptações que atendam às especificidades dos estudantes; e o Conhecimento do Conteúdo no Horizonte (HCK), que possibilita ao professor compreender a relação existente entre os tópicos matemáticos e a sua evolução ao longo da escolaridade.

Já no Conhecimento Pedagógico do Conteúdo (PCK), há o subdomínio Conhecimento do Conteúdo e dos Estudantes (KCS), que diz respeito ao conhecimento matemático e ao conhecimento dos estudantes, com relação a como aprendem e às dificuldades que geralmente apresentam; o Conhecimento do Conteúdo e do Ensino (KCT), o qual dá condições ao professor de planejar a aula considerando as dificuldades recorrentes no processo de ensino da Matemática, procurando definir uma estratégia metodológica que atenda à demanda conhecida; e o Conhecimento do Conteúdo e do Currículo (KCC), que aponta o conhecimento da organização da Matemática ao longo do currículo, reconhecendo a ordem usual dos temas matemáticos usados para o ensino. O professor de Matemática envolvido com as demandas do dia a dia da sala de aula pode se distanciar de estudos que privilegiam a reflexão sobre esses subdomínios de conhecimento propostos por Ball, Thames e Phelps (2008). Desse modo, proporcionar OAP na perspectiva do trabalho colaborativo (Ponte, 2004) tem se apresentado como uma estratégia promissora para o desenvolvimento profissional do docente por meio de processos de formação continuada que relacionam a teoria e a prática.

OAP para o professor que ensina Matemática

O modelo Plot (Professional Learning Opportunities for Teacher), proposto por Ribeiro e Ponte (2020), foi concebido com o propósito de fornecer parâmetros para organizar e desenvolver processos formativos que visem gerar OAP voltadas ao professor e, consequentemente, contribuam para o processo de aprendizagem dos estudantes. Constitui-se como um modelo teórico-metodológico para "(i) organizar o design de processos formativos que objetivem promover aprendizagem aos professores e (ii) gerar oportunidades para os professores aprenderem durante processos formativos" (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 2). Organiza-se em torno de três diferentes dimensões: (a) Papel e ações do formador (PAF); (b) Tarefas de aprendizagem profissional (TAP); e (c) Interações discursivas entre os participantes (IDP).

Os autores defendem que o modelo

> [...] pode ser usado como base para a constituição de um quadro de análise que permita identificar se e avaliar como um processo formativo que contemple as três dimensões (PAF, TAP e IDP) e suas características, possibilita desvelar e compreender quais foram e como se constituíram oportunidades para o professor aprofundar seu conhecimento profissional para ensinar matemática (Ribeiro; Ponte, 2020, p. 3).

No intuito de operacionalizar essas três dimensões em um contexto formativo, Ribeiro e Ponte (2020, p. 4) destacam três fases:

> (1) Organização: momentos em que o formador elabora o processo formativo (seja no todo ou em partes) e constrói o design da(s) TAP e das potenciais IDP.

(2) Desenvolvimento: momentos em que os participantes (formador e formandos) passam a interagir entre si, mediados pelo uso da(s) TAP e pela concretização das IDP.

(3) Finalização: momento em que, por meio de processo aglutinador entre as três dimensões (PAF, TAP e IDP), se efetiva a(s) OAP.

Subsidiado pelo modelo Plot, o ciclo PDR vem sendo adotado em contextos de formação que tentam gerar, aos professores participantes, OAP relacionadas aos três segmentos de atividades da prática docente: o planejamento (P), o desenvolvimento (D) e a reflexão (R) sobre as aulas (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020). Na concepção apresentada pelos autores, na etapa do planejamento, os professores, em pequenos grupos, organizam uma proposta de aula envolvendo uma abordagem e/ou conteúdo matemático específico (no nosso caso, o RM), seguida de uma apresentação e uma discussão em plenária com todos os participantes do processo formativo. No desenvolvimento, um ou mais professores encenam o plano de aula em uma sala e os outros professores e/ou o formador acompanham e coletam alguns registros da prática. Por fim, a reflexão ocorre depois que o professor formador prepara episódios a partir dos registros da prática gerados na(s) aula(s) encenada(s), o que permite que os docentes realizem uma análise detalhada desses episódios e os discutam na sessão final com todo o grupo.

Estudos já realizados com o uso desse ciclo apontam resultados promissores em termos das OAP geradas (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020; Aguiar; Ribeiro, 2022). Assim, inspirados nessas experiências e fundamentados nos referenciais teóricos apresentados nesta seção, um processo formativo voltado a professores que ensinam Matemática foi planejado e desenvolvido, o que nos permitiu fazer um recorte dos encontros que possibilitaram responder a nossa pergunta de pesquisa, como detalhado na sequência.

Procedimentos metodológicos

Caracterização e contexto da pesquisa

Esta investigação adota uma perspectiva qualitativa de cunho interpretativo (Bogdan; Biklen, 1994). É parte da dissertação da primeira autora (Trevisolli, 2024), elaborada no âmbito de um projeto de pesquisa, aprovado pelo Comitê de Ética, sob Parecer nº 5.161.835, que segue princípios metodológicos da Investigação Baseada em Design (IBD). O projeto, articulado à elaboração e ao desenvolvimento de processos formativos para professores que ensinam Matemática abordando aspectos relacionados ao RM, inclui ciclos envolvendo três fases: preparação, realização e análise (Ponte *et al*. 2016). Cada um desses ciclos estrutura-se em uma intervenção (Cobb et al., 2003), com o objetivo de oportunizar aos participantes a construção de conhecimentos sobre entendimentos essenciais do RM (Lannin; Ellis; Elliott, 2011). Um primeiro ciclo foi conduzido no ano de 2022, resultando na dissertação de Anjos (2023), que apresentou uma análise preliminar de OAP relacionadas ao RM vivenciadas por professoras participantes.

Um segundo ciclo, do qual resultam os dados produzidos e analisados neste artigo, foi implementado no ano de 2023, com carga horária de 40 horas, distribuídas em nove encontros síncronos quinzenais (24 horas), por meio da plataforma Google Meet, e 16 horas de atividades assíncronas. O público-alvo foram docentes que ensinam Matemática em diferentes níveis de escolaridade. O processo formativo foi conduzido por três professores formadores (dois deles autores deste trabalho), delimitando-se um número de dez participantes, com intenção de fomentar um maior envolvimento nas discussões e contribuições relativas à proposta da formação.

O primeiro encontro foi um momento de acolhimento, apresentação dos participantes e da proposta da formação, com uma discussão inicial sobre conceptualizações e aspectos gerais do RM. Os encontros 2, 3 e 4 foram organizados para o estudo teórico dos nove entendimentos essenciais do RM, de acordo com os autores Lannin, Ellis e Elliott (2011), bem como o trabalho com registros de prática coletados no primeiro ciclo do processo formativo.

Os encontros 5 e 6 foram destinados ao planejamento de aulas (etapa P do ciclo PDR), com a proposição de tarefas com características que permitissem aos estudantes trabalharem com estratégias diversificadas de resolução, levando-se em consideração alguns dos entendimentos essenciais que haviam sido estudados nos quatro encontros anteriores. Os participantes foram organizados em três grupos, de acordo com o nível de escolaridade em que atuavam, sendo um grupo para elaboração de um plano de aula para os anos iniciais do ensino fundamental, outro para os anos finais e um terceiro grupo para elaboração de um plano de aula para o ensino médio. O encontro 7 foi dedicado à apresentação dos planos elaborados, com sugestões de adaptação apontadas por todos os professores.

Houve, então, o desenvolvimento dos planos de aula (etapa D do ciclo PDR), de acordo com a série/ano dos professores que se dispuseram a aplicá-los em suas turmas, com o acompanhamento de pelo menos um dos formadores para coleta de registros de prática, incluindo protocolos escritos dos estudantes e registros em áudio e vídeo (de discussões de alguns grupos de estudantes e da plenária mediada pela professora). Os encontros 8 e 9 foram momentos para a reflexão das aulas (etapa R do ciclo PDR), por meio de uma TAP organizada a partir dos registros coletados, com foco de discussão nos entendimentos essenciais do RM.

Dados para pesquisa e procedimentos de análise

No processo formativo, uma professora dos anos iniciais do ensino fundamental se destacou ao longo dos encontros, pois, recorrentemente, mostrou-se interessada no tema e motivada durante a formação, sempre engajada nas discussões e trazendo questionamentos pertinentes, demonstrando compreensão de cada um dos entendimentos essenciais do RM. Além disso, essa foi uma das docentes responsáveis pelo desenvolvimento de uma das aulas planejadas nos encontros 5 e 6, de modo que alguns registros de sua prática foram trazidos para a TAP do oitavo e do nono encontros.

Assim, ao final do processo formativo, mostrou-se pertinente que esta pesquisa focasse nessa professora (Érica – nome real, mantido no texto a pedido da própria participante), que atuava nos anos iniciais do ensino fundamental na rede municipal de Curitiba, Paraná, desde 2012. Graduada em Pedagogia, é especialista em Alfabetização e Letramento e Mestre em Formação Científica, Educacional e Tecnológica; no ano de 2023, atuou como professora regente no 4º ano. No primeiro encontro, relatou que, no início de sua carreira profissional, tinha muito receio quanto ao ensino de Matemática e insegurança por não compreender alguns conceitos e que, até aquele momento, não havia participado de nenhum curso que abordasse explicitamente o tema RM.

Com o objetivo de analisar as OAP acerca do RM, seus processos e entendimentos vivenciados pela professora Érica durante a implementação do ciclo PDR, analisamos os dados produzidos em cinco momentos do processo formativo: i) na etapa de planejamento da aula, em discussões realizadas com a professora Paula (nome fictício), também atuante nos anos iniciais do ensino fundamental; ii) na etapa de desenvolvimento da aula em sua turma, nas interações com seus estudantes; iii) no relato gravado pela professora Érica sobre suas percepções após o desenvolvimento da aula, sem um roteiro pré-definido; (iv) na reflexão realizada com os demais participantes na TAP organizada a partir de registros de prática de sua aula; e (v) num relato gravado pela professora, contando como foi a experiência do desenvolvimento da aula planejada no contexto de formação continuada, também sem um roteiro pré-definido.

Esses dados consistem em gravações dos encontros síncronos e do desenvolvimento da aula da professora Érica, que foram transcritos e, posteriormente, analisados, a fim de identificar trechos em que a participante manifestou declarações a respeito do RM e de suas contribuições para o desenvolvimento de sua prática docente. Para uma análise inicial, baseamo-nos em algumas OAP identificadas por Anjos (2023), no primeiro ciclo do processo formativo. Durante a análise, foram evidenciadas outras OAP acerca do RM vivenciadas pela docente Érica e que serão analisadas na próxima seção.

Análise dos dados

Nesta seção, analisamos os dados com intuito de evidenciar algumas[2] OAP (tanto declaradas pela professora quanto inferidas pelos pesquisadores) acerca do RM, seus processos e entendimentos que foram vivenciados pela professora Érica em cada uma das três etapas do ciclo PDR. Na próxima seção, discutiremos como essas OAP encontradas articulam-se com o conhecimento matemático para o ensino (Ball; Thames; Phelps, 2008).

Planejamento de aula

A equipe dedicada ao planejamento de aula direcionada aos anos iniciais do ensino fundamental contou com a participação de Érica e Paula, que atuam no 4º ano e no 3º ano, respectivamente. Iniciaram procurando, no currículo, um conteúdo que atendesse a ambas as turmas e, na sequência, analisaram algumas tarefas matemáticas que apresentavam características que permitissem aos alunos trabalharem com estratégias diversificadas, selecionando a situação retratada na Figura 2, presente no livro didático adotado na turma de Paula. A discussão sobre algumas adaptações no enunciado da tarefa é transcrita a seguir.

[2] Pela limitação do número de páginas, apenas algumas OAP são detalhadas neste artigo. A análise completa pode ser consultada em Trevisolli (2024).

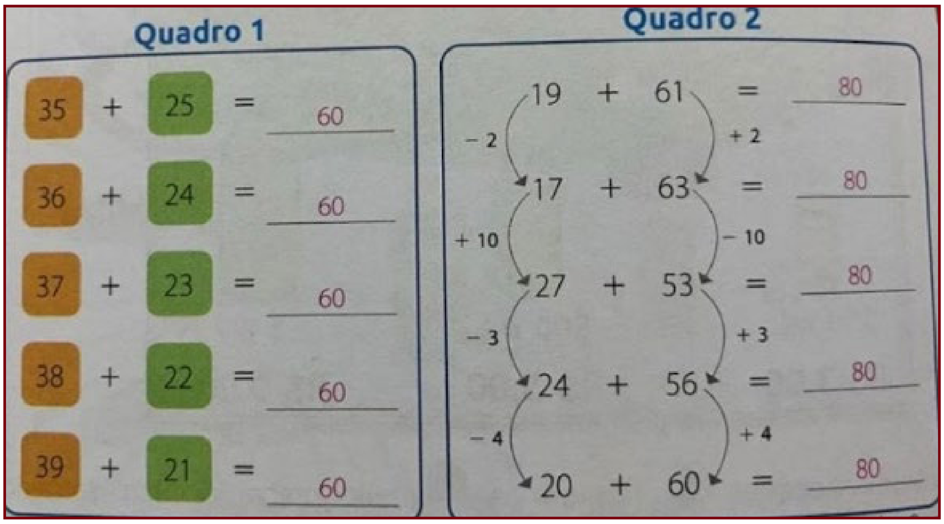

Figura 2 – Tarefa matemática selecionada no planejamento

Fonte: Trevisolli (2024, p. 56).

> Érica: Daí a gente entregaria já com essas flechas ou a gente entregaria sem?
>
> Paula: Não, sem flecha.
>
> Érica: Uhum.
>
> Paula: Sem flecha para eles mostrarem. Isso aí eles montariam entendeu? Se de um lado diminuiu menos dois, o outro lado vai aumentar mais dois. Né? Porque do dezenove para o dezessete, diminuiu dois números, de sessenta e um para o sessenta e três, aumentou dois. Primeiro de tudo, eles iam ter que resolver a conta. Depois explicar por que que todos os resultados foram iguais. O que aconteceu com o resultado? Ah, o resultado foi igual!
>
> Érica: Uhum.
>
> Paula: Mas o que acontece de uma operação para a outra? O que eles observam? O que eles têm que observar é isso aí, que do número dezenove para o dezessete, diminui dois. Do sessenta e um para o sessenta e três, aumenta dois. Então o resultado é igual, porque o mesmo número que diminuiu na primeira parcela, na outra aumenta.

As professoras começaram a pensar sobre a tarefa matemática e as possibilidades de instigar os estudantes, propondo realizar alguns ajustes no enunciado original, como eliminar as setas que explicitavam as quantidades que estavam sendo adicionadas ou subtraídas de cada parcela da adição. A intenção foi que os estudantes pudessem conjecturar o que estava acontecendo de uma linha para a outra, e, por meio de questionamentos, elas poderiam levá-los a mobilizar processos de RM. Desse trecho, inferimos uma OAP: *reconhecer a importância de o professor realizar questionamentos aos seus estudantes quando propõe uma tarefa*. Tal oportunidade de aprendizagem decorreu da interação com a professora Paula, que antecipou alguns questionamentos no diálogo, com os quais a professora Érica concordou.

Ainda sobre a adaptação no enunciado da tarefa, evidenciamos um trecho em que se verificou a preocupação de Érica em contemplar diferentes processos de RM, instigando-os a justificarem os resultados que obtiveram, conforme o trecho:

> Érica: Daí a gente entregaria sem este esquema, né? Entregaria cru, para eles verem que daria o mesmo resultado e daí eles tem que justificar, que é aquilo que a gente veio falando no curso inteiro, né? Que mais do que só fazer a conta eles têm que aprender a explicar, né!
>
> Paula: Sim, verdade!

A docente mostrou compreender a importância de pensar sobre o enunciado da tarefa, uma vez que, para ocorrerem avanços dos processos do RM, a tarefa precisa ter potencial para tal. Inferimos, assim, uma OAP relacionada ao reconhecimento de *planejar e estruturar a tarefa matemática de tal modo que possibilite ao estudante conjecturar, generalizar e justificar, contemplando diferentes processos de RM*.

Na continuidade, Érica retoma o quadro discutido durante os encontros 2 a 4 do processo formativo (Quadro 1 da Figura 2), para juntas relembrarem os processos e entendimentos essenciais do RM. Os dois trechos a seguir ilustram como essa reflexão acerca da aprendizagem do aluno possibilitou que as professoras adaptassem a tarefa sem perderem de vista a mobilização de alguns processos do RM, em especial, o conjecturar e o generalizar.

> Érica: O quadro 1 está aumentando e diminuindo, né? 35 mais um é 36; 25 menos um é 24.
>
> Paula: Esse aí tá na mesma quantidade pra todos, né [referindo-se à variação de 1 unidade entre as parcelas]? O outro que muda um pouco, o outro é menos dois, mais dois, depois é menos 10, mais 10. Muda de um número para o outro. O primeiro não, tem uma... [regularidade]. Ele segue um determinado número.
>
> Érica: É complicado isso aqui para os pequenos. Assim de fazer chegar nesse raciocínio. A gente só entregar e pedir para eles resolverem é tão mais fácil, né [risos].
>
> Paula: É.
>
> Érica: Mas fazer eles pensarem sobre. Vamos ver aqui! Porque se a gente entregar o quadro 1 como a primeira parte da nossa tarefa. Porque ele primeiro vai conjecturar para ele pensar o que que está acontecendo ali. Então ele vai pensar que aqueles números somando vão dar o mesmo resultado.
>
> Paula: Certo.
>
> Érica: A gente está antecipando que eles vão conjecturar isso. Aí eles não terão certeza se é verdadeira ou falsa, vão ter que resolver. Tem que fazer a conta e aí, o passo dois, é identificar as semelhanças. Quando eles resolverem perceberão que todos deram o mesmo resultado.
>
> Paula: Certo.
>
> Érica: A outra parte que é generalizar, está escrito ali [referindo-se à definição estudada nos encontros anteriores] que envolve "identificar semelhanças entre os casos estendendo o raciocínio para além do intervalo que se originou". Então a gente vai mostrar que é possível...
>
> Paula: Então ali, no generalizar, ele já vai identificar e aplicar uma generalização.
>
> Érica: Verificar que é possível que somas com diferentes números cheguem ao mesmo resultado.
>
> Paula: O conjecturar e generalizar é ele que faz. A conjectura né, que eu vejo ali, ele vai ao mesmo tempo que ele conjectura ele já generaliza. Ah, eu tenho que fazer uma adição e tudo deu o mesmo resultado! Aí, no investigar que ele vai descobrir o porquê.
>
> Paula: A primeira coisa que ele vai fazer, vai ver os números e vai somar, vai achar que é uma conta simples, vamos somar. Depois que ele somar, vai ter o enunciado, o enunciado que a gente tem que elaborar agora... o que que a gente vai perguntar para ele que além dele somar ele tem que observar para induzir a conjectura e a generalização. Para que ele faça depende muito das nossas perguntas, você entendeu agora?
>
> Érica: Sim. Então, por isso que eu perguntei dessa parte, se a gente vai nortear com perguntas ali na oralidade ou se a gente já vai deixar no enunciado.
>
> Paula: No enunciado tem que ter para eles pensarem, depois a gente vai ver como que eles estão resolvendo e aí a gente questiona.

Nesse trecho do diálogo, inferimos uma OAP relacionada a *antecipar o que pensam os estudantes, quais suas dificuldades e como interpretam as tarefas matemáticas, e outra relacionada a reconhecer a importância de o professor realizar questionamentos aos seus estudantes quando propõe uma tarefa*. Érica e Paula discutem que introduzir alguns questionamentos no próprio enunciado da tarefa, após a resolução das “contas”, pode contribuir para que os estudantes mobilizem processos de conjecturar e generalizar.

Além disso, inferimos também como OAP: *estabelecer relações entre a tarefa e os processos de conjecturar e generalizar*, pois houve intencionalidade na elaboração do enunciado da tarefa, com o objetivo de levar os estudantes a se envolverem, instigando-os a reconhecerem as relações matemáticas ali existentes. Assim, eles poderiam conjecturar e mesmo generalizar regularidades presentes no Quadro 1 da tarefa. Após elaborarem afirmações inicialmente provisórias, que poderiam ser confirmadas ao longo da execução da atividade, ao se depararem com o Quadro 2 da tarefa, poderiam perceber algumas semelhanças. Porém, ainda seria necessário ampliar o raciocínio para além do intervalo que deu origem à conjectura do Quadro 1 da tarefa, uma vez que o valor adicionado ou subtraído de cada parcela já não era o mesmo em todas as operações.

Na apresentação do planejamento para o grupo, Érica relatou que o objetivo era que os estudantes explorassem e comparassem as colunas com as adições, o que possibilitaria avanço nos processos do RM, destacando, ainda, que isso dependeria da condução da aula e das intervenções que ocorressem no desenvolvimento dessa aula pela professora. Na Figura 3, destacamos a versão final da tarefa proposta por Érica e Paula.

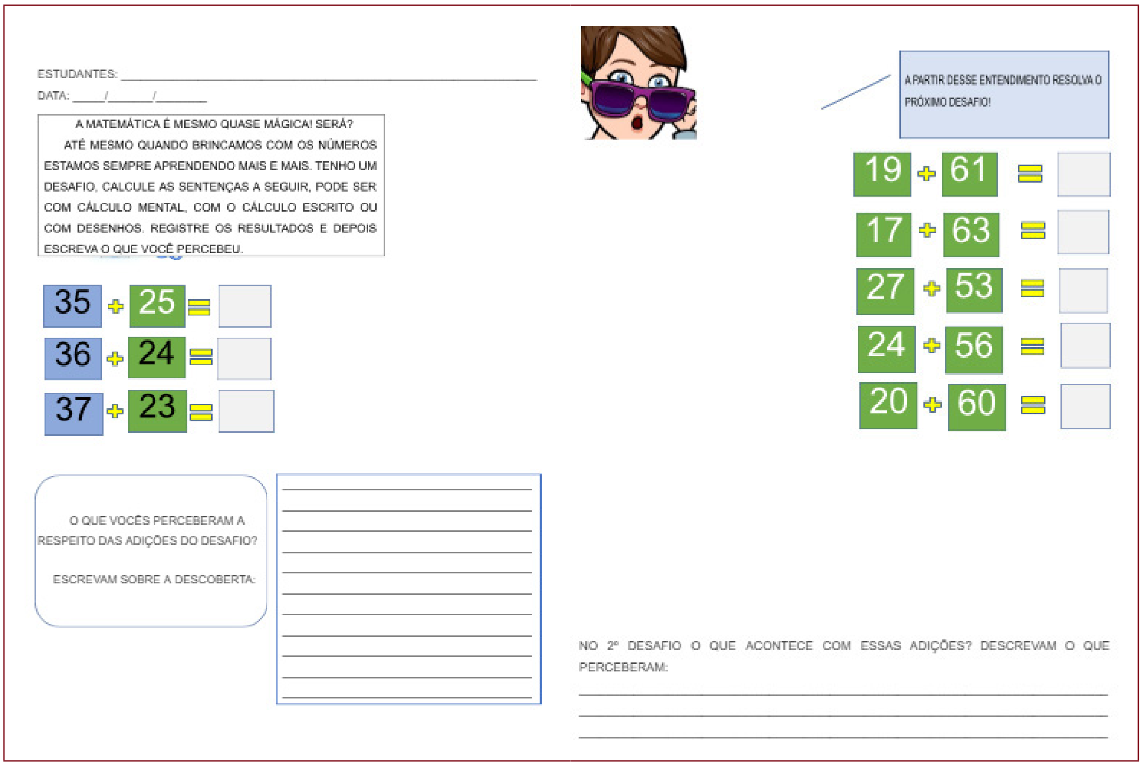

Figura 3 – Versão final da tarefa

Fonte: Trevisolli (2024, p. 62).

Desenvolvimento da aula

Trouxemos, para análise, trechos em que as intervenções da professora Érica proporcionaram aos estudantes o envolvimento com a tarefa matemática e o estímulo para que avançassem nos processos do RM, delimitando possíveis OAP oriundas das vivências durante o processo formativo com esse tipo de encaminhamento. Após entregar a tarefa para os estudantes, Érica fez a leitura e explicou que envolvia algumas adições, reforçando a importância do registro do pensamento, conforme o trecho:

> Érica: A gente quer ver o que mais que vocês vão perceber. Vocês já sabem fazer continha. [...] só que aí você vai ter que contar para mim o seu pensamento, pode ser escrevendo ou se você precisar pode desenhar. [A professor continua a leitura da atividade]. Escreva sobre sua descoberta. Tem um espacinho aqui ó [apontando com o dedo o local], vocês vão escrever. Pensem, só que vocês vão ter que registrar e depois escrever. Como é que eu escrevo? Eu posso colocar lá somando, fazendo a continha de mais, somando eu percebi que o resultado é [...]. Vocês vão ter que escrever como é que vocês pensaram, combinado? Mais ou menos assim. [...] Todo mundo pensa e registra junto. Pensa junto e registra junto.

Ao reforçar a importância de registrarem o passo a passo de como chegaram ao resultado, a professora demonstra se preocupar com o processo e não apenas com o resultado final do algoritmo da adição e, ao dar outras possibilidades para que os estudantes pudessem solucionar o desafio proposto com a tarefa matemática, evidencia uma aproximação com o entendimento essencial 4, reconhecendo que conjecturar e generalizar envolvem o uso e o entendimento do significado de termos, símbolos e representações. Assim, inferimos da prática da docente uma OAP: *compreender características envolvendo os entendimentos essenciais para o desenvolvimento do RM*, incorporando-se à sua ação durante a explicação da tarefa e reforçando a importância de expressarem o procedimento que usaram para chegar ao resultado.

Enquanto os estudantes se envolviam com a tarefa proposta, Érica circulava pelos grupos, fazendo alguns apontamentos que permitiam que os alunos avançassem além dos resultados alcançados, procurando atingir o objetivo planejado para aquela aula (conhecer a relação entre as várias adições presentes em cada quadro), como descrito no trecho:

> Érica: Vocês colocaram que aqui tudo dá 80. Nem mais e nem menos, ótimo resultado! Mas vamos olhar um pouquinho além dos resultados? Vamos olhar os números. Quando a gente colocou, lá na primeira vez que o grupo discutiu [referindo-se a plenária da parte 1 da tarefa], nós percebemos uma coisa aqui, não percebemos?
>
> Aluna B: Aqui dá menos [um] e aqui dá mais [um].
>
> Érica: O que que dá menos e o que que dá mais?
>
> Aluna B: Aqui [apontando para a segunda parcela das adições que resultam em 60].
>
> Érica: Aqui está diminuindo? [Referindo-se à segunda parcela das adições que resultam em 60].
>
> Aluna B: Sim.
>
> Érica: E aqui está aumentando? [Apontando para a primeira parcela das adições que resultam em 60].
>
> Aluna C: Isso!

Érica: Isso se confirma aqui também? [Apontando para as adições que resultam em 80].

Aluna C: Não.

Aluno D: Sim!

Érica: Por que sim?

Aluno D: Porque aqui é maior, aqui tem número a mais e aqui está aumentando.

[Nesse momento a professora e os estudantes conversam e a professora compreende que o aluno D está identificando que os números adicionados às segundas parcelas das adições que resultam em 80 são maiores que os números das adições que resultam em 60, então a professora questiona o grupo].

Érica: Mas se você olhar só esse lado, estão aumentando também? [Referindo-se ainda a essa segunda parcela das adições que resultam em 80].

Aluno D: O que você acha?

Aluna C: Acho que não.

Érica: Está do mesmo jeito que no primeiro desafio?

Aluna B: Não!

Érica: Então eu quero que vocês pensem um pouquinho nesses números aqui [Mostrando as adições que resultam em 80].

Percebemos, nessa passagem, um movimento de instigar os estudantes a refletirem e refinarem conjecturas que haviam levantado na plenária do Quadro 1 da tarefa (que as primeiras parcelas estavam em ordem crescente e as segundas em ordem decrescente). No Quadro 2, a professora relembra essa conjectura e instiga os estudantes a reconhecerem alguma regularidade que possa estar ocorrendo, desafiando-os a generalizarem por meio da busca por semelhanças dos dois quadros. Destacamos, ainda, a condução da professora em estimular a ampliação do RM por meio das respostas que os estudantes dão aos seus questionamentos e entendemos que essa valorização das contribuições dos estudantes na discussão encorajou-os a continuarem investigando o porquê. Mesmo que, de imediato, não tenham percebido alguma regularidade, a docente os estimulou a continuarem analisando, direcionando-os para o Quadro 2.

As ações da professora na condução dessa discussão evidenciaram a valorização dos questionamentos como um apoio ao desenvolvimento do RM, e inferimos uma OAP, também identificada por Anjos (2023): *reconhecer que as resoluções (corretas e incorretas) dos estudantes podem apresentar argumentos que necessitam ser investigados, ou seja, exploração dos conceitos e das ideias matemáticas utilizadas pelos estudantes para resolver uma determinada tarefa*. Em específico, nessa tarefa matemática, a professora conduziu os estudantes a refletirem acerca das conjecturas iniciais elaboradas sobre o Quadro 1 e a compararem os resultados e as regularidades identificadas entre os dois quadros da tarefa, estimulando-os a apresentarem generalizações.

Reflexão sobre a aula

Incluímos nesta subseção a análise do relato gravado pela professora Érica sobre suas percepções após o desenvolvimento da aula, as reflexões que ocorreram nos encontros 8 e 9 com os demais professores do processo formativo e o relato ao final desse processo.

> No relato, a professora explicitou que ampliou sua maneira de trabalhar com os estudantes, solicitando, além de atividades em grupo, que já eram uma prática comum, que justificassem o seu pensamento, de modo a verbalizar para os demais como resolveram a proposta da aula.
>
> Érica: Na expectativa de trabalhar essa forma de realização de atividades onde os estudantes sejam mais incentivados a trabalhar essa questão de expor a sua forma de pensamento, eu ampliei a forma de trabalho que eu já tinha, que muitas vezes formam dupla ou grupo para realização das tarefas e eu fiz uma proposta uma semana antes de que eles teriam que, além de realizar a tarefa em grupo, também expor as suas ideias. A gente brincou que eles seriam os professores do dia.

Destacamos que a OAP *promover discussões que instiguem os estudantes a avançarem nos processos do RM* foi reconhecida pela própria professora e, segundo ela, incorporada à sua prática. Essa OAP identificada no desenvolvimento da aula parece ser fruto da sua participação no processo formativo em que ocorreu a pesquisa.

Ao compartilhar registros de prática de sua aula com os demais participantes do processo formativo, Érica relatou que tem incorporado à sua prática cada vez mais tarefas matemáticas que permitam avanço nos processos do RM de seus estudantes, conforme trecho transcrito a seguir.

> Érica: Vou dar um relato que eu estou realizando cada vez mais esse tipo de atividade. Gostei da brincadeira e estou realizando! Essa semana eu fiz uma parecida assim, só que intencionalmente eu levei materiais para os estudantes e eu percebi que deu diferença lá nos anos iniciais... Só que a proposta, não eram todos com a mesma tarefa, cada grupo tinha uma tarefa e cada grupo estava com um material, e não sei se por esse motivo também foi diferente, tem várias coisas para pensar. Mas como eles estavam com material concreto e cada um com um material eu achei que foi mais interessante para aparecer as ideias deles.

Ficou evidente que a professora vem incorporando ao seu planejamento tarefas matemáticas que propiciem explorar os processos e os entendimentos do RM, realizando adaptações que melhor atendam à sua demanda com os estudantes dos anos iniciais. Nesse relato, a professora diz que fez uso de materiais concretos com a intenção de estimular os estudantes a justificarem suas conjecturas e generalizações. Assim, reconhecemos uma OAP manifestada pela professora: *inserir em sua prática docente tarefas que favoreçam o desenvolvimento dos processos do RM*.

Por fim, na avaliação do processo formativo como um todo, ficou evidente em sua fala que o *design* do processo formativo mostrou potencial para gerar OAP capazes de modificar a prática docente do participante. O trecho transcrito a seguir nos remete às experiências vivenciadas por Érica ao longo do processo formativo que contribuíram para que ela repensasse aspectos de sua prática docente.

> Érica: A experiência de planejar considerando a diversidade de possíveis conjecturas a serem elaboradas pelos estudantes ao realizar as atividades propostas contribuiu para qualificar a mediação durante o desenvolvimento das propostas planejadas.

Compreendemos que o planejamento coletivo proposto como parte do processo formativo, seguido da etapa de antecipar possíveis resoluções dos estudantes, proporcionou à docente uma OAP relacionada a *reconhecer a importância de sua mediação no desenvolvimento da aula planejada*.

Em linhas gerais, as OAP que emergiram da análise de dados evidenciam a importância do engajamento do professor em processos formativos que o coloquem como participante ativo, e não como mero espectador. Elas refletem o envolvimento de Érica com a proposta da formação continuada, sua assiduidade e sua interação com os demais participantes. Destacamos que a docente se mostrou comprometida durante o processo formativo, o que possibilitou gerar as OAP evidenciadas, contribuindo para a reflexão de sua ação e a inserção de práticas pedagógicas decorrentes de vivências durante o processo de formação continuada.

Discussão dos dados

No intuito de discutir os dados analisados de forma sistemática, propomos um modelo para categorização das OAP (Figura 4), inspirado em subdomínios do modelo Mathematical Knowledge for Teaching (MKT), organizando-as a partir de dois deles: Conhecimento Especializado do Conteúdo e Conhecimento Pedagógico do Conteúdo. Para tal, realizamos uma reorganização de todas as OAP identificadas no processo de análise – as quais, em sua totalidade, estão presentes em Trevisolli (2024) –, segmentando-as em duas categorias: Conhecimento Especializado do RM e Conhecimento Pedagógico do RM, esta última ainda dividida em duas subcategorias: Conhecimento do RM e do ensino, e Conhecimento do RM e dos estudantes, discutidas na continuidade do texto.

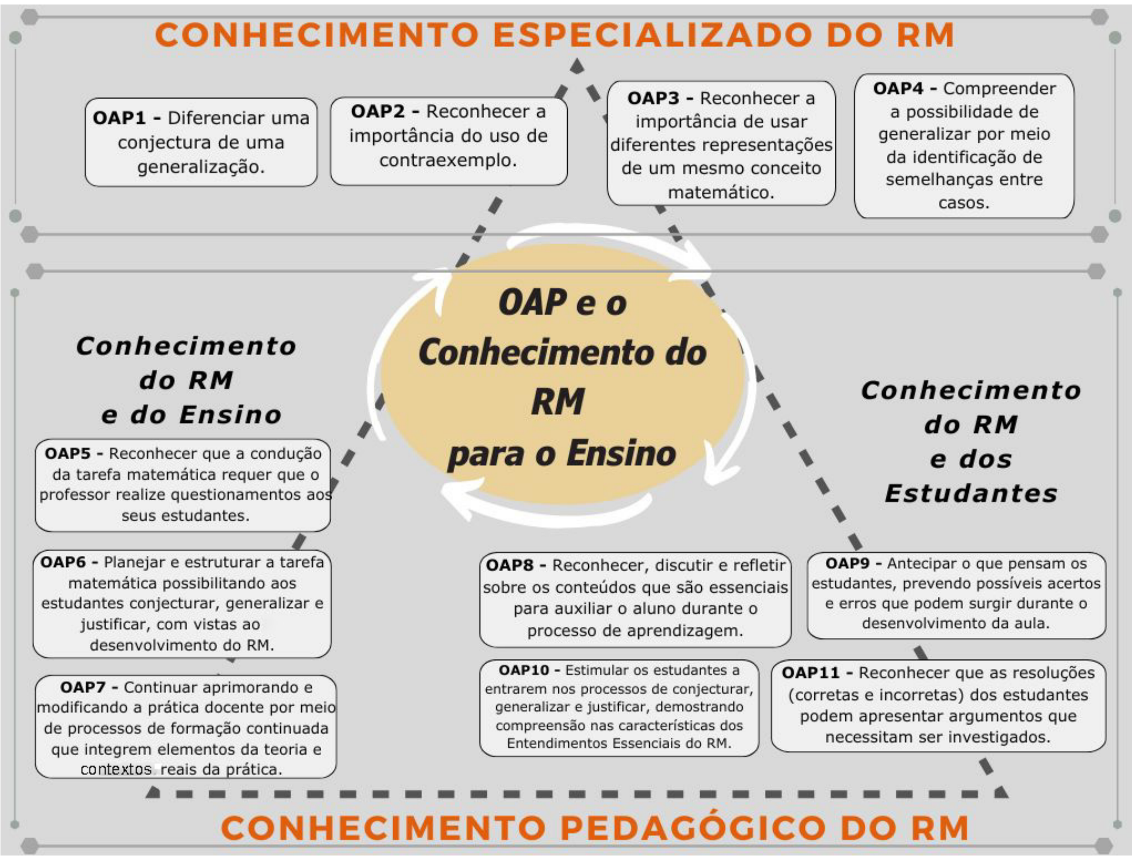

Figura 4 – Modelo para categorização das OAP

Fonte: Elaboração própria baseada em Trevisolli (2024).

A estrutura do processo formativo, baseado no modelo Plot (Ribeiro; Ponte, 2020), e a implementação da etapa do planejamento do ciclo PDR (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020) propiciaram aos professores participarem de momentos de estudos coletivos e individuais, o que promoveu reflexões acerca do tema RM, por meio de TAP elaboradas com recortes da prática em sala de aula, atreladas a conteúdos especializados da Matemática, aproximando-se do que Shulman (1986) descreve como saberes e competências da docência. Dessa forma, as OAP elencadas como pertencentes ao Conhecimento Especializado do Conteúdo fazem menção aos processos e entendimentos essenciais do RM e, por isso, eles foram categorizados no Quadro 2 como *Conhecimento Especializado do RM*.

Para que o ensino da Matemática ocorra de modo a proporcionar avanço nos processos do RM, faz-se necessário que o professor compreenda e identifique características que envolvam os entendimentos essenciais do RM. As OAP relacionadas ao *Conhecimento Especializado do RM* envolvem habilidades que permitam perceber formas de RM, por exemplo, generalizar ou justificar, como um pré-requisito para que o professor possa promover essas práticas no contexto de sala de aula (Lannin; Ellis; Elliott, 2011). Nesse sentido, Rodrigues, Vieira, Serrazina (2021) afirmam que é imprescindível a compreensão de RM para que ocorra o desenvolvimento da prática pedagógica docente, de modo a apoiar os estudantes a avançarem no desenvolvimento dos processos e entendimentos do RM.

A OAP1, gerada nesse processo formativo, vem ao encontro dessa afirmação, uma vez que a professora Érica mostrou reconhecer, durante as etapas do ciclo PDR (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020), diferenças entre os processos de conjecturar e generalizar. Ela compreendeu que uma conjectura é a elaboração de uma primeira hipótese matemática construída pelo aluno ao tentar solucionar a tarefa (Araman; Trevisan; de Paula, 2022; Morais; Araman; Trevisan, 2022). Já a generalização demanda um envolvimento maior do aluno com a tarefa matemática, e o professor tem um papel fundamental: levar o aluno a identificar semelhanças entre os casos e reconhecer os limites de suas generalizações (Lannin; Ellis; Elliott, 2011). Nota-se que a OAP4 tem uma relação de dependência com a OAP1, uma vez que se faz necessário diferenciar os processos iniciais descritos por Lannin, Ellis e Elliott (2011) para compreender as possibilidades de avanço dos entendimentos essenciais relacionados à generalização.

Nesse cenário, reconhecer características do RM se torna imprescindível para que os professores planejem as tarefas matemáticas e as discussões durante o desenvolvimento de suas aulas considerando a promoção do RM, como é evidenciado na OAP2 e na OAP3. No caso da OAP3, o professor reconhece a importância de usar diferentes representações de um mesmo conceito matemático. Ao desenvolver essa consciência de explicar ao aluno que sua resolução está incorreta por meio de justificação matemática, como descrito por Anjos (2023), o docente pode inserir, em sua prática, o uso de diferentes representações para promover a aprendizagem dos conceitos e, consequentemente, estimular a mobilização dos processos de RM dos estudantes (Ponte; Mata-Pereira; Henriques, 2012). Sucintamente, o processo de formação continuada se provou como um meio para fomentar essas discussões acerca de OAP promotoras do *Conhecimento Especializado do Conteúdo* (Ball; Thames; Phelps, 2008) e, particularmente nesta pesquisa, do RM (Lannin; Ellis; Elliott, 2011; Jeannotte; Kieran, 2017).

Em síntese, as seguintes OAP relacionadas ao *Conhecimento Especializado do RM* foram evidenciadas: diferenciar uma conjectura de uma generalização, reconhecer a importância do uso de contraexemplo, reconhecer a importância de usar diferentes representações de um mesmo conceito matemático e compreender a possibilidade de generalizar por meio da identificação de semelhanças entre casos.

Com relação ao *Conhecimento do RM e do ensino*, as OAP5 e OAP6 apresentam ações conscientes com relação ao trabalho do professor. As vivências ao longo do processo formativo contribuíram para que Érica repensasse suas práticas de sala de aula, reconhecendo a importância de propor questionamentos aos estudantes (Rodrigues; Menezes; Ponte, 2018), bem como reflexões sobre a condução e a elaboração da tarefa matemática, sem deixar de manter seu nível de exigência. Esses são aspectos fundamentais da gestão da aula de Matemática (Ponte, 2005), com o objetivo de contribuir para o desenvolvimento do RM dos estudantes, por meio da mobilização de diferentes processos (Jeannotte; Kieran, 2017).

Destacamos o uso do modelo Plot, proposto por Ribeiro e Ponte (2020), para alicerçar o processo formativo, e a implantação do ciclo PDR (Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020), aproximando os elementos da teoria com contextos reais da prática, o que proporcionou a aprendizagem entre pares e a reflexão da prática docente (Ribeiro; Ponte, 2020), evidenciada na OAP7 (Richit; Ponte; Tomkelski, 2019; Rodrigues; Vieira; Serrazina, 2021). A OAP7 reflete, também, uma fragilidade identificada ao final desse processo formativo, uma vez que a professora Érica relatou, nos momentos de reflexão, que sentiu dificuldade em compreender se sua prática estava de acordo com a proposta da orquestração das discussões matemáticas.

Em síntese, as seguintes OAP foram enquadradas nesta subcategoria: reconhecer que a condução da aplicação da tarefa matemática com foco nos processos e entendimentos do RM requer que o professor realize questionamentos aos seus estudantes; planejar e estruturar a tarefa matemática de tal modo que ela permita que os estudantes conjecturem, generalizem e justifiquem, o que possibilita o envolvimento nos entendimentos essenciais para o desenvolvimento do RM; e continuar aprimorando a prática docente por meio de processos de formação continuada que integrem elementos da teoria e contextos reais da prática, o que possibilita a aprendizagem entre pares e a oportunidade de repensar e modificar as ações da prática docente.

O *Conhecimento do RM e dos estudantes* tem relação com algumas OAP que decorrem dos momentos de planejamento (OAP8 e OAP9), por entendermos que a professora, participante desse processo formativo sobre RM, aprofundou sua compreensão sobre essa temática e a colocou em prática na elaboração do seu planejamento, levando em conta as especificidades dos seus estudantes.

Ele remete, também, às OAP que ocorreram durante o desenvolvimento da aula (OAP10 e OAP11), em consonância com Rodrigues, Vieira e Serrazina (2021), que reforçam algumas ações do professor para promover o RM no contexto de sala de aula, como questionar, encorajar a partilha, valorizar contribuições dos estudantes, desafiar a justificar e a generalizar.

Assim, a subcategoria *Conhecimento do RM e dos estudantes* contou com as seguintes OAP: reconhecer, discutir e refletir sobre os conteúdos que são essenciais para auxiliar o aluno durante o processo de aprendizagem; estimular os estudantes a entrarem nos processos de conjecturar, generalizar e justificar, mostrando que compreenderam características que envolvem os entendimentos essenciais para o desenvolvimento do RM; e reconhecer que as resoluções (corretas e incorretas) dos estudantes podem apresentar argumentos que necessitam ser investigados, ou seja, a exploração dos conceitos e das ideias matemáticas utilizadas pelos estudantes para resolver uma determinada tarefa.

Considerações finais

Debruçar o olhar em busca de OAP advindas de processos formativos com foco específico nos processos e entendimentos do RM se mostra uma atividade promissora, visto que a amplitude do tema abrange os professores que lecionam Matemática, independentemente da modalidade de ensino em que atuam. Nesse sentido, o grupo de pesquisa o qual os autores integram vem desenvolvendo investigações que envolvem o contexto de formação continuada citado nesta pesquisa (ciclo 1 e 2), que possui a temática central do RM, utilizando o modelo Plot como *design* que favorece a promoção de OAP atrelado ao ciclo PDR, que delimita as etapas do processo formativo. Resultados oriundos dessas pesquisas apontam que esse modelo de formação contribui para a ressignificação do conhecimento de professores participantes, com relação aos seus diferentes subdomínios (Anjos, 2023; Gross *et al*., 2023a, 2023b; Trevisan; Ribeiro; Ponte, 2020).

As OAP evidenciadas no ciclo PDR mostraram que a professora investigada compreendeu as características dos processos e entendimentos do RM ao incorporar, nas etapas do ciclo PDR, reflexões acerca das possíveis conjecturas e generalizações que a tarefa matemática proporcionou durante o desenvolvimento da aula e pensar como poderia ir além, avançando para outros entendimentos do RM. Reconheceu, também, que a escolha da tarefa matemática e sua ação na condução (Araman; Trevisan; de Paula, 2022; Trevisan et al., 2023) são essenciais para o engajamento dos estudantes no avanço dos processos do RM.

Ressaltamos que o modelo MKT, apresentado por Ball, Thames e Phelps (2008), revelou-se promissor para pensar o design de processos de formação continuada para professores que ensinam Matemática voltados a discussões a respeito do RM, seus processos e entendimentos e por abranger tanto o conhecimento específico da área (no caso, do RM) quanto o conhecimento pedagógico do RM. Portanto, a categorização das OAP, evidenciadas no modelo proposto, mostra-se como um resultado relevante para que formadores de professores de Matemática possam organizar processos formativos que possibilitem a aprendizagem profissional docente. Nosso entendimento é o de que elas refletem, como consequência, na qualidade do ensino e favorecem a aprendizagem dos estudantes.

O objeto de pesquisa limitou-se a investigar uma única professora e entendemos que características intrínsecas, como a motivação pessoal e o interesse pelo tema, podem gerar OAP singulares a esse sujeito analisado. Assim, deixamos para futuros pesquisadores um caminho para se olhar esse mesmo processo formativo com foco em outros professores que desenvolveram suas aulas, a fim de verificarem se OAP evidenciadas serão recorrentes a outro público-alvo. Há, também, a possibilidade de analisar a estrutura do modelo Plot com foco nos domínios PAF, IDP e TAP, evidenciando OAP decorrentes de outro viés.

Além disso, apontamos que a fragilidade destacada pela professora, na ação de conduzir a plenária, pode ser mais bem explorada em outros contextos de formação continuada, destinando um tempo maior à interação entre os participantes e o formador, para que possam sentir segurança nas ações quando estiverem desenvolvendo a aula e conduzindo as discussões matemáticas em plenária. Também, mostra-se pertinente refinar o modelo, confrontando-o com resultados em trabalhos similares, procurando, assim, torná-lo mais amplo e robusto.

Por fim, salientamos a relevância deste trabalho para formadores de professores em compreender o *design* de processos formativos com ênfase na promoção de OAP aos docentes, com o desejo de que ele possa auxiliar no planejamento e desenvolvimento de processos de formação continuada.

Agradecimentos

Os autores agradecem o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico – CNPq (Processo 442170/2023-8), e a Fundação Araucária – FA (Protocolo Bolsa Produtividade PRD2023361000142), pelo apoio recebido no desenvolvimento da pesquisa.

Referências

AGUIAR, M.; RIBEIRO, A. J. Oportunidades de aprendizagem vivenciadas por professores de Matemática: experiências advindas de um processo formativo ancorado na prática docente. *Paradigma*, Maracay, v. 43, n. 1, p. 273-296, jan. 2022.

ANJOS, L. Q. *Contribuições de um processo formativo para professores dos anos iniciais visando a compreensão dos entendimentos essenciais de raciocínio matemático*. 2023. 129 f. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2023.

ARAMAN, E.; TREVISAN, A. L.; DE PAULA, B. A. Raciocínio matemático apoiado por tarefas exploratórias e ações de professores. *Alexandria*: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia, Florianópolis, v. 15, n. 1, p. 357-375, maio 2022.

BALL, D. L.; THAMES, M. H.; PHELPS, G. Content knowledge for teaching: what makes it special? *Journal of Teacher Education*, [S.l.], v. 59, n. 5, p. 389-407, 2008.

BOGDAN, R.; BIKLEN, S. *Investigação qualitativa em educação*: uma introdução à teoria e aos métodos. Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. Ministério da Educação (MEC). *Base Nacional Comum Curricular*. Brasília, DF: MEC, 2017.

COBB, P. et al. Design experiments in educational research. *Educational Researcher*, [S.l.], v. 32, n. 1, p. 9-13, Jan./Feb. 2003.

ELIAS, H. R. *Fundamentos teórico-metodológicos para o ensino do corpo dos números racionais na formação de professores de Matemática*. 2017. 325 f. Tese (Doutorado em Ensino de Ciências e Educação Matemática) – Centro de Ciências Exatas, Universidade Estadual de Londrina, Londrina, 2017.

GROSS, G. F. S. et al. Planejamento de uma tarefa matemática: ações do formador em um estudo de aula. *Revista Paranaense de Educação Matemática*, Campo Mourão, v. 12, n. 29, p. 406-427, set./dez. 2023a.

GROSS, G. F. S. et al. Uma proposta para elaboração e análise de tarefas de aprendizagem profissional. *Perspectivas da Educação Matemática*, Campo Grande, v. 16, n. 42, p. 1-21, 2023b.

HERBERT, S.; BRAGG, L. A. Factors in a professional learning program to support a teacher's growth in mathematical reasoning and its pedagogy. *Mathematics Education Research Journal*, [S.l.], v. 33, n. 1, p. 409-433, Sep. 2021.

JEANNOTTE, D.; KIERAN, C. A conceptual model of mathematical reasoning for school Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, New York, v. 96, n. 3, p. 1-16, Sep. 2017.

LANNIN, J.; ELLIS, A. B.; ELLIOTT, R. *Developing essential understanding of mathematical reasoning*. [Reston]: NCTM, 2011.

MORAIS, R. S.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L. Raciocínio matemático e argumentação em tarefas de Geometria Plana nos anos iniciais. *Vidya*, [Santa Maria, RS], v. 42, n. 2, p. 101-119, jul./dez. 2022.

OLIVEIRA, L. S.; ARAMAN, E. M. O.; TREVISAN, A. L. Procesos de razonamiento matemático en una tarea exploratoria. *Paradigma*, Maracay, v. 43, n. 1, p. 1-21, enero 2022.

PONTE, J. P. Pesquisar para compreender e transformar a nossa própria prática. *Educar em Revista*, Curitiba, v. 20, n. 24, p. 37-66, 2004.

PONTE, J. P. Gestão curricular em Matemática. In: ASSOCIAÇÃO DE PROFESSORES DE MATEMÁTICA (APM). *O professor e o desenvolvimento curricular*. Lisboa: APM, 2005. p. 11-34.

PONTE, J. P. et al. Investigação baseada em design para compreender e melhorar as práticas educativas. *Quadrante*: Revista de Investigação em Educação Matemática, Lisboa, v. 25, n. 2, p. 77-98, 2016.

PONTE, J. P.; MATA-PEREIRA, J.; HENRIQUES, A. O raciocínio matemático nos alunos do ensino básico e do ensino superior. *Práxis Educativa*, Ponta Grossa, v. 7, n. 2, p. 355-377, jul./dez. 2012.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities in a practice-based teacher education programme about the concept of function. *Acta Scientiae*: Revista de Ensino de Ciências e Matemática, Canoas, v. 21, n. 2, p. 49-74, mar./abr. 2019.

RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Um modelo teórico para organizar e compreender as oportunidades de aprendizagem de professores para ensinar Matemática. *Zetetiké*: Revista de Educação Matemática, Campinas, v. 28, e020027, 2020.

RICHIT, A.; PONTE, J. P.; TOMKELSKI, M. L. Estudos de aula na formação de professores de Matemática do ensino médio. *Revista Brasileira de Estudos Pedagógicos*, Brasília, DF, v. 100, n. 254, p. 54-81, jan./abr. 2019.

RODRIGUES, C.; MENEZES, L.; PONTE, J. P. Práticas de discussão em sala de aula de Matemática: os casos de dois professores. *Bolema*: Boletim de Educação Matemática, Rio Claro, SP, v. 32, n. 61, p. 398-418, ago. 2018.

RODRIGUES, M.; VIEIRA, W.; SERRAZINA, L. O conhecimento didático de futuros professores sobre as ações promotoras do raciocínio matemático. *Jornal Internacional de Estudo em Educação Matemática*, Londrina, v. 14, n. 4, p. 404-414, 2021.

SHULMAN, L. S. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, [S. l.], v. 15, n. 2, p. 4-14, Feb. 1986.

TREVISAN, A. L. et al. Ações do professor para a promoção do raciocínio matemático em aulas de Cálculo Diferencial e Integral. *Educação e Pesquisa*, São Paulo, v. 49, p. e251659, 2023.

TREVISAN, A. L.; ARAMAN, E. M.; SERRAZINA, L. The development of students' mathematical reasoning in Calculus courses. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, [S.l.], n. 24, p. 39-56, 2023.

TREVISAN, A. L.; RIBEIRO, A. J.; PONTE, J. P. Professional learning opportunities regarding the concept of function in a practice-based teacher education program. I*nternational Electronic Journal of Mathematics Education*, [S. l.], v. 15, n. 2, em0563, 2020.

TREVISOLLI, R. F. L. *Oportunidades de aprendizagem profissional acerca do raciocínio matemático*: vivências de uma professora durante um processo formativo. 2024. 123 p. Dissertação (Mestrado em Ensino de Matemática) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná, Londrina, 2024.

Recebido em 12 de novembro de 2024.
Aprovado em 18 de junho de 2025.
Editor científico responsável: Reginaldo Fernando Carneiro.

Disponibilidade de Dados:
Os dados de pesquisa estão disponíveis no corpo do documento.